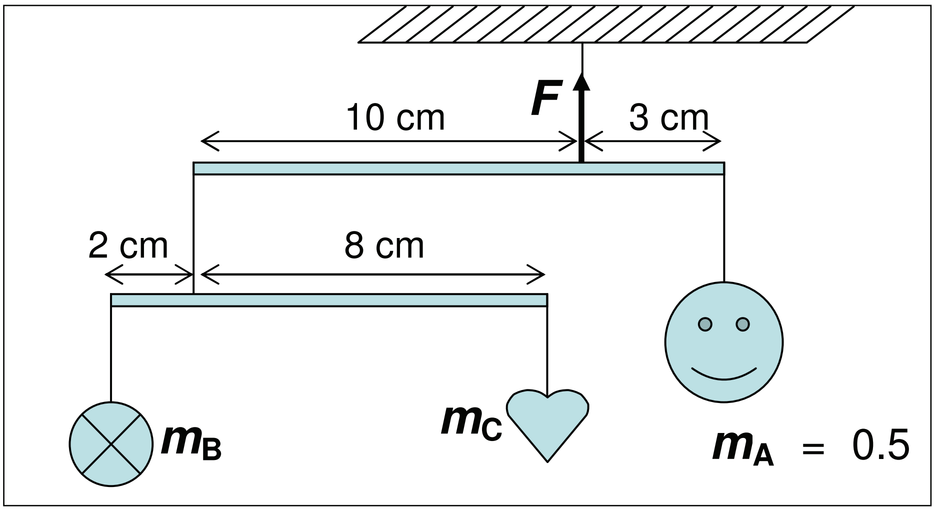
Fyzika

Úlohy z testov

F1-1

Pohyblivý systém na obrázku je v rovnovážnej polohe. Predmet s hmotnosťou m_A = 0,5 kg visí na prvej páke. Druhá páka drží telesá s hmotnosťami m_B a m_C. Určite silu F, ktorou napína lano prvá páka, a hmotnosti m_B a m_C, ak zanedbáme hmotnosť pák (g = 9,8 m/s^2).



A) F = 6,37 N, m_B = 0,12 kg, m_C = 0,03 kg
B) F = 5,37 N, m_B = 0,12 kg, m_C = 0,03 kg
C) F = 6,37 N, m_B = 0,10 kg, m_C = 0,03 kg
D) F = 6,37 N, m_B = 0,12 kg, m_C = 0,01 kg

Riešenie

Ak je systém v rovnováhe, znamená to, že výslednica síl aj momentov síl okolo možných osí rotácie sú nulové. Požiadavka na nulovú silu nám dáva

$$(m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B} + m_\mathrm{C})\cdot g = F$$

Po dosadení tejto podmienke vyhovuje len možnosť A. Záujemcovia si už len môžu overiť, že závažie B musí byť 4-krát ťažšie ako závažie C, aby sa sústava neotáčala okolo ľavého závesu a pomer hmotností závažia A a súčtu hmotností závažia B a C musí byť 10 : 3, aby sa sústava neotáčala okolo hlavného závesu.

Správna odpoveď: A.

F1-2

Napätie domáceho vedenia (220 V) sa používa na svietenie 100 W žiarovkou. Odpor R volfrámového vlákna pri 20 °C je 89,5 Ω. Odhadnite teplotu volfrámového vlákna žiarovky, ak je teplotný súčiniteľ odporu volfrámu α = 0,004 5 °C^{-1}.

A) 1120 °C
B) 1020 °C
C) 1000 °C
D) 980 °C

Riešenie

Pre závislosť výkonu od napätia a odporu platí

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Po dosadení dostávame odpor žiarovky pri pracovnej teplote 484 Ω, čo je 5,4 krát viac ako pri izbovej teplote. Zo vzťahu

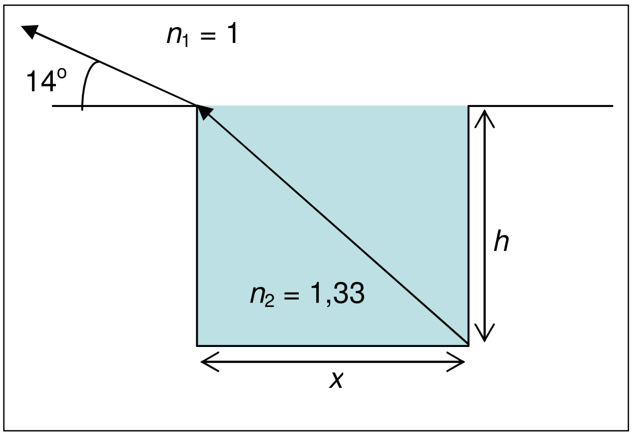
$$\Delta t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)$$

vypočítame rozdiel teplôt Δt = 980 °C. Keďže pôvodná teplota, pri ktorej bol uvedený základný odpor je 20 °C, výsledná teplota je teda 1000 °C.

Správna odpoveď: C.

F1-3

Študent vidí pod uhlom 14° nad vodorovnou rovinou súčasne hornú aj spodnú hranu bazénu tak, ako je to znázornené na obrázku. Pod akým uhlom sa musí pozerať, ak chce vidieť súčasne hornú hranu a stred dna bazénu. (n = index lomu, $n_{\text{vody}} = n_2 = 1{,}33$ a $n_{\text{vzduchu}} = n_1 = 1$)?



A) 28,4°
B) 38,0°
C) 46,8°
D) 51,3°

Riešenie

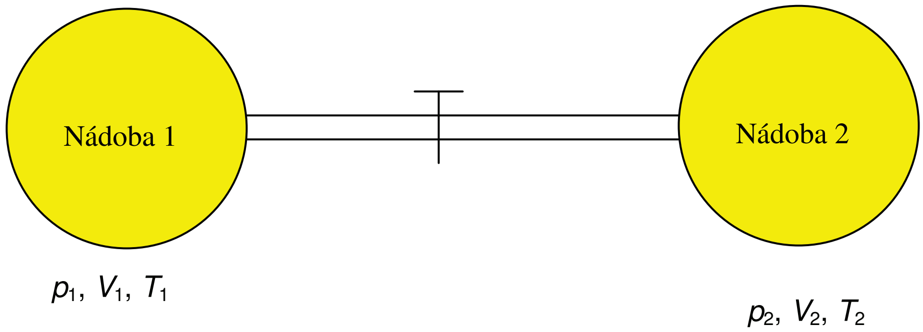
Použijeme Snellov zákon lomu $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$. Keďže uhol sa meria od kolmice, študent sa pozerá na bazén pod uhlom 90° − 14° = 76°, sínus tohto uhla je približne 0,97, sínus vnútorného uhla podľa Snellovho zákona bude 0,73 a zodpovedajúci vnútorný uhol približne 47°. Ak má študent vidieť stred bazéna, musí byť vnútorný uhol taký, aby jeho tangens bol polovičný (vzdialenosť x sa zmení na polovicu a hĺbka h sa zachová. Tangens pôvodného uhla bol približne 1,07, zmení sa teda na približne 0,53 a vnútorný uhol bude približne 28°. Vonkajší uhol od kolmice bude zo Snellovho zákona približne 39°, čomu zodpovedá pozorovací uhol 90° − 39° = 51°, teda možnosť D.

Správna odpoveď: D.

F1-4

V dokonale izolovanom systéme sú dve nádoby spojené rúrkou s ventilom (pozri obrázok vpravo). Obidve nádoby sú naplnené vzduchom. Ak je ventil uzavretý, vzduch v prvej nádobe má tlak p_1, objem V_1 a teplotu T_1. Vzduch v druhej nádobe má tlak p_2, objem V_2 a teplotu T_2. Teplota $T_1 = T_2$ a $V_2 = 2{,}8V_1$.

Aký je výsledný tlak p sústavy, ak ventil otvoríme (predpokladajme, že vzduch v nádobe je ideálny plyn).



A) $\dfrac{p_1 + 2{,}8 p_2}{3{,}8}$

B) $\dfrac{2{,}8 p_1 + p_2}{3{,}8}$

C) $\dfrac{p_1 + 0{,}8 p_2}{0{,}8}$

D) $\dfrac{3{,}8 p_1 + p_2}{2{,}8}$

Riešenie

Na začiatok malý trik. Ak boli tlaky v oboch nádobách pred otvorením ventilu rovnaké, musia byť rovnaké aj po jeho otvorení (nič sa jeho otvorením nezmení). Tejto požiadavke zodpovedajú len možnosti A a B. No a keďže nádoba 2 je väčšia, je zrejmé, že tlak v nej bude do väčšej miery určovať výsledný tlak, čomu zodpovedá voľba A.

Iná možnosť ako vyriešiť úlohu, je použiť stavovú rovnicu plynu $pV = nRT$. Pretože po otvorení ventilu bude výsledné látkové množstvo plynu rovné súčtu látkových množstiev jednotlivých nádob a teplota ostáva rovnaká, tak platí $p_1V_1 + p_2V_2 = pV$. Odtiaľ potom už ľahko dostaneme

$$p = \frac{p_1V_1 + p_2 2{,}8V_1}{V_1 + 2{,}8V_1} = \frac{p_1 + p_2 2{,}8}{3{,}8}$$

Správna odpoveď: A.

F1-5

Obežná doba Marsu (čas potrebný pre jeden obeh okolo Slnka) je 684 dní (pozemských dní). Nájdite silu, ktorou pôsobí na Mars ($m_M = 6{,}59 \cdot 10^{23}$ kg) Slnko ($m_S = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg), ak vzdialenosť Zeme od Slnka je $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Univerzálna gravitačná konštanta G je $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg².

A) $5{,}82 \cdot 10^{20}$ N
B) $1{,}09 \cdot 10^{21}$ N
C) $1{,}68 \cdot 10^{21}$ N
D) $8{,}96 \cdot 10^{21}$ N

Riešenie

Potrebujeme vedieť, že gravitačná sila medzi dvoma telesami vo vzdialenosti R je určená vzorcom

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Táto sila zakrivuje pohyb Marsu po (približne) kruhovej dráhe s periódou T, a teda je vlastne dostredivou silou, pre ktorú platí

$$F_\mathrm{d} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

Platí teda

$$G\frac{m_2}{R^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Vyšiel nám Keplerov zákon, ktorý hovorí, že druhá mocnina obehovej doby je úmerná tretej mocnine polomeru obehu. Ak teda obežná doba Marsu je $\frac{684}{365}$ krát väčšia ako obežná doba Zeme, jej vzdialenosť od Slnka bude asi 1,52 krát väčšia ako vzdialenosť Zeme od Slnka, teda asi $2{,}3\cdot 10^{11}$ m. Teraz už len dosadíme do vzorca pre dostredivú silu (nezabudnúť prepočítať dni na sekundy, jeden deň má $24\cdot 60\cdot 60$ sekúnd) a dostávame možnosť C.

Správna odpoveď: C.

F1-6

Hmotný bod sa pohybuje pozdĺž priamky takým spôsobom, že jeho *posunutie* počas *každého* jednosekundového intervalu je o 3 m väčšie, než bolo posunutie počas predchádzajúceho jednosekundového intervalu. Ktorá z nasledujúcich možností je správna?

A) Hmotný bod sa pohybuje s konštantným zrýchlením 3 m/s^2.
B) Hmotný bod sa pohybuje s konštantnou rýchlosťou 3 m/s.
C) Hmotný bod sa pohybuje s konštantnou rýchlosťou 6 m/s.
D) Zrýchlenie hmotného bodu narastá s časom.

Riešenie

Keďže posunutie hmotného bodu je počas každej sekundy väčšie, je zjavné, že nemôže mať konštantnú rýchlosť. Zostávajú teda možnosti A a D. Keďže bod sa posunie každú sekundu práve o 3 metre viac ako v sekunde predchádzajúcej, je zjavné, že je rýchlosť (daná práve posunutím za sekundu) narastá o hodnotu 3 m/s každú sekundu, správna je teda možnosť A.

Správna odpoveď: A.

F1-7

Napriek tomu, že vzdialenosť Zem – Slnko je omnoho väčšia než vzdialenosť Zem – Mesiac, gravitačná sila, ktorou pôsobí na Zem Slnko je väčšia, než gravitačná sila, ktorou pôsobí na Zem Mesiac. Avšak je to Mesiac a nie Slnko, ktorý je hlavným faktorom zodpovedným za príliv na Zemi. Prečo?

A) Pretože Mesiac obieha okolo Zeme.
B) Pretože hmotnosť Zeme sa viac blíži k hmotnosti Mesiaca.
C) Pretože gravitačná sila, ktorou na Zem pôsobí Mesiac, je nehomogénnejšia.
D) Pretože uhlový priemer Mesiaca, ak naňho pozeráme zo Zeme, je menší než uhlový priemer Slnka.

Riešenie

Jeden prístup k riešeniu je vylučovacou metódou. Možnosť A je nezmysel, lebo dve telesá vždy obiehajú okolo svojho ťažiska. Priblíženie, že Zem obieha okolo Slnka a Mesiac okolo Zeme je dané len nepomerom ich hmotností.

Možnosť D je nesprávna – uhlový priemer Mesiaca je približne rovnaký ako uhlový priemer Slnka, inak by predsa nemohol Mesiac zatieniť Slnko pri jeho zatmení.

Rovnako možnosť B je nezmyselná – nie je vôbec jasné, čo znamená, že hmotnosť Zeme sa viac blíži hmotnosti Mesiaca. Zostáva teda možnosť C.

To je aj správne riešenie – priemer Zeme nie je oproti vzdialenosti Zeme od Mesiaca úplne zanedbateľný, preto je silové pôsobenie Mesiaca na odvrátenej strane Zeme slabšie ako na privrátenej, čo spôsobuje slapové javy.

Správna odpoveď: C

F1-8

Projektil sme vystrelili rýchlosťou 20 m/s pod uhlom 15° od zvislej osi. V istom bode dráhy sa projektil rozštiepi na dva identické kusy takým spôsobom, že *vnútorné* sily, ktoré spôsobili rozštiepenie, pôsobia iba vo vodorovnom smere. Predpokladajme, že jeden kúsok padol 12 m od miesta vystrelenia a že všetky dráhy ležia v jednej rovine. Ako ďaleko padol druhý kúsok? (Zanedbajte odpor vzduchu a za gravitačné zrýchlenie použite hodnotu 10 m/s^2. Ďalej $\sin 15° = 0{,}26$ a $\cos 15° = 0{,}97$.)

A) 20 m alebo 60 m
B) 17 m alebo 53 m
C) 25 m alebo 55 m
D) 28 m alebo 52 m

Riešenie

Najskôr sa zamyslime, prečo sú v každej možnosti dve riešenia. Keď sa projektil rozpadol, mohli obe časti pokračovať (jedna rýchlejšie a druhá pomalšie) v pôvodnom smere letu. Mohlo sa ale stať aj to, že pri rozpadnutí náboja časti odleteli od seba takou veľkou rýchlosťou, že jedna časť sa vrátila späť a dopadla dokonca 12 metrov za miesto vystrelenia. V tom prípade by ale druhá časť musela letieť podstatne rýchlejšie „vpred“ a doletela by ďalej.

Rozoberme prvú možnosť. Zvislá rýchlosť projektilu (tá sa pri rozpade nemenila) bola pri vystrelení $0{,}97 \cdot 20 = 19{,}4$ m/s. Použitím vzorca $v = v_0 - gt$ dostaneme, že projektil letel smerom hore 1,94 sekundy. Rovnako dlho letel aj dole, spolu teda letel 3,88 sekundy. Ak by sa projektil nerozpadol, preletel by vo vodorovnom smere $s = vt = 20 \cdot 0{,}26 \cdot 3{,}88 = 20{,}176$ m. V tomto bode musí aj po jeho rozpade ležať ťažisko dvoch jeho kusov. Keďže sa rozpadol na dva identické kusy, ťažisko je v strede medzi nimi. Ak je prvý kus 12 metrov od miesta výstrelu v smere výstrelu, druhý musí byť približne vo vzdialenosti 28 metrov. Správna je teda možnosť D. Rovnako ak by sme uvažovali druhú možnosť, teda že prvá časť projektilu sa vrátila o 12 metrov späť pred miesto vystrelenia, druhá by musela byť vo vzdialenosti $12\ \text{m} + 2 \cdot 20\ \text{m} = 52$ m od miesta výstrelu.

Správna odpoveď: D.

F1-9

Počas slnečného dňa je potápač ponorený v bazéne naplnenom vodou. Steny bazéna sú nafarbené na čierno. Ak sa potápač pozerá hore, vidí hladinu vody prakticky úplne tmavú, okrem približne kruhovej oblasti s polomerom R nad jeho hlavou. Ak index lomu vody (vzhľadom k vzduchu) je n a hĺbka potápačových očí pod hladinou je h, potom polomer jasnej kruhovej oblasti je určený vzťahom

A) $R = h(n^2 - 1)^{1/2}$
B) $R = h(n^2 + 1)$
C) $R = h/(n^2 + 1)$
D) $R = h/(n^2 - 1)^{1/2}$

Riešenie

Potápač sleduje slnečné lúče, ktoré prichádzajú k nemu zo vzduchu. Keďže však pre šírenie svetla nie je dôležitý jeho smer, môžeme si predstaviť, ako keby potápačove oči vyžarovali lúče svetla a budeme skúmať, ktoré z nich sa dostanú von z vody – tie budú určovať svetlú oblasť na hladine.

Dôvod, prečo sa niektoré lúče z očí potápača von z vody nedostanú, je úplný odraz. Platí Snellov zákon lomu, ktorý hovorí $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$. Ak dosadíme za prvý index lomu 1 a za druhý $n > 1$, pre niektoré uhly β sa nám môže stať, že pravá strana rovnice bude väčšia ako 1. A nebude existovať uhol α, ktorý by dával potrebný sínus. Práve medzný uhol, pre ktorý platí $\sin\beta = 1/n$, bude určovať viditeľnú oblasť. Zároveň vieme, že $\mathrm{tg}\beta = R/h$ a s použitím trigonometrických vzorcov

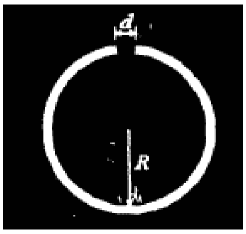
$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}$$

po úpravách dostávame riešenie D.

Správna odpoveď: D.

F1-10

Uvažujte kruhový prstenec, ktorý má pri teplote T_0 polomer R. Prstenec je vyrobený z materiálu, ktorého lineárny koeficient rozťažnosti je α. V prstenci je malá medzera so šírkou d (pozri obrázok).



Čo sa stane s medzerou, ak teplota prstenca stúpne o ΔT? (Hodnota ΔT je malá v porovnaní s α^{-1}.)

A) Šírka sa zväčší o hodnotu $(\alpha d \Delta T)$
B) Šírka sa zväčší o hodnotu $(2\pi R \alpha \Delta T)$
C) Šírka sa zmenší o hodnotu $[(2\pi R - d)\alpha\Delta T]$
D) Šírka zostane rovnaká

Riešenie

Ak by tam medzera nebola, príslušný kus prstenca by sa zväčšil podľa možnosti A – narástol by podľa svojej veľkosti. Ak si predstavíme, že by sme prstenec len narezali, ale chýbajúci kus tam nechali, znova by narástol rovnako. Ak teda aj kus odstránime, logicky sa medzera zvýši rovnako.

Na riešenie sa dalo prísť aj vylučovacou metódou – je zjavné, že medzera sa musí zmeniť, ak sa prstenec zväčšuje, vylúčime teda možnosť D. Ale zároveň nie je logické, aby na jej zmenu vplýval polomer prstenca, ako to predpokladajú možnosti B a C. Ak si predstavíme, že prstenec je veľmi veľký ($R \to \infty$), materiál v okolí medzery „nemôže vedieť", aký veľký presne prstenec je. Na druhej strane ale rozšírenie medzery určuje len pohyb materiálu v jej tesnom okolí, preto jediná rozumná odpoveď je A.

Správna odpoveď: A.

F1-11

Minimálna rýchlosť potrebná k tomu, aby teleso vrhnuté zvislo uniklo z gravitačného poľa Zeme, je približne 11 km/s. Aby teleso obiehalo okolo Zeme v blízkosti jej povrchu, musí mať rýchlosť približne:

A) 22 km/s
B) 5 km/s
C) 11 km/s
D) 8 km/s

Riešenie

Po letmom zamyslení sa vieme odhadnúť, že očakávaná rýchlosť bude menšia ako 11 km/s – inak by predsa teleso rovno odletelo a netrápilo by sa nejakým obiehaním. Zostali nám teda možnosti B a D. Pripomenieme, že na uniknutie z povrchu Zeme potrebujeme energiu danú vzorcom

$$E = G\frac{m_{\text{teleso}} M_{\text{Zem}}}{R} = \frac{1}{2} m_{\text{teleso}} v_{\text{let}}^2$$

Pri obehu po kruhovej dráhe je zasa gravitačná sila

$$F_\mathrm{g} = G\frac{m_\mathrm{teleso} M_\mathrm{Zem}}{R^2}$$

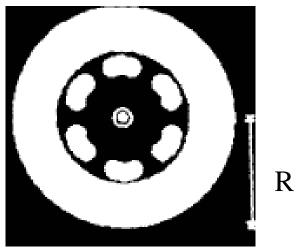
vlastne rovná dostredivej sile, ktorá na družicu pôsobí

$$F_\mathrm{d} = G\frac{m_\mathrm{teleso} v_\mathrm{obeh}^2}{R}$$

Po dosadení a úpravách dostávame $v_\mathrm{let}^2 = 2v_\mathrm{obeh}^2$, čo dáva možnosť D.
Správna odpoveď: D.

F1-12

Ak pozeráme na kolesá idúceho automobilu vo filme, obvykle získame dojem, že sa otáčajú pomalšie než v skutočnosti (dopredu alebo dozadu) alebo dokonca stoja. Predpokladajme, že pozeráte film, kde kolesá pohybujúceho sa auta zdanlivo stoja. Uvažujte, že kolesá vyzerajú tak, ako na obrázku a majú polomer R = 30 cm. Aké sú možné rýchlosti auta?
(Predpokladajte, že auto sa pohybuje pomalšie než 100 km/h a film má 24 obrázkov za sekundu.)



A) 24 km/h, 48 km/h, 72 km/h, 96 km/h
B) 27 km/h, 54 km/h, 81 km/h
C) 30 km/h, 60 km/h, 90 km/h
D) 22 km/h, 44 km/h, 66 km/h, 88 km/h

Riešenie

Film sú v skutočnosti len rýchlo sa striedajúce obrázky. Ak sa auto pohybuje tak rýchlo, že v každom momente snímania obrázku vyzerá koleso rovnako, zdá sa nám, že koleso stojí.
Koleso na obrázku sa musí otočiť o 1/6 obrátky, aby vyzeralo rovnako (je na ňom práve 6 špecifických výrezov). Počas tohto otočenia prejde dráhu $2\pi R/6$ metrov a musí ju vykonať za 1/24 sekundy. To zodpovedá rýchlosti 7,53 m/s, čiže 27 km/h, zodpovedajúcej možnosti B. Vyššie rýchlosti zodpovedajú otočeniu kolesa o 2/6 a 3/6 obrátky medzi jednotlivými snímkami.
Správna odpoveď: B.

F1-13

Uvažujte kovový disk, ktorý sa bez trenia otáča okolo osi prechádzajúcej jeho stredom. Pri disku je umiestnený magnet tak, že magnetické čiary pretínajú časť disku. Čo sa stane?

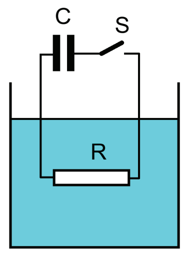
A) Pretože je disk elektricky neutrálny, nič sa nestane a otáčanie bude pokračovať.
B) V dôsledku vytvoreného napätia sa disk bude zrýchľovať.
C) V dôsledku straty energie Joulovým efektom sa disk spomaľuje až prípadne zastane.
D) Uhlová rýchlosť disku bude oscilovať, pričom kinetická energia disku sa bude premieňať na magnetickú a naopak.

Riešenie

Magnetické pole bude spôsobovať v disku vznik napätia, ktoré sa bude vyrovnávať prúdmi pretekajúcimi v disku. Tie, keďže disk má nenulový odpor, spôsobia zahriatie disku. Jeho spomalenie je spôsobené tým, že na vzniknuté prúdy pôsobí sila magnetu, ktorá pôsobí proti pohybu disku.
Správna odpoveď: C.

F1-14

Kondenzátor (s kapacitou C) je pripojený k rezistoru (s odporom R), ktorý je ponorený do kvapaliny, ktorej merné teplo chceme vypočítať. Hmotnosť kvapaliny je m a je naliata do nádoby, ktorej steny sú dokonale tepelne izolované (pozri obrázok). Na začiatku sa napätie na kondenzátore rovná U. Potom, ako zapneme vypínač S, napätie na kondenzátore sa postupne vybije a teplota kvapaliny stúpne o ΔT. Zanedbajte straty a tepelnú kapacitu nádoby. Energia kondenzátora je $W = q^2/(2C)$, kde q je náboj na kondenzátore. Za týchto predpokladov je merné teplo kvapaliny



A) $CU^2/(2m\Delta T)$
B) $U^2/(2mRC\Delta T)$
C) $U^2/(Rm\Delta T)$
D) $CU^2/(m\Delta T)$

Riešenie

Merné teplo látky je dané energiou potrebnou na zahriatie 1 kg látky o 1 K. Inak povedané, je dané pomerom dodanej energie a súčinu hmotnosti a zmeny teploty. Ďalej využijeme, že náboj na kondenzátore sa dá vyjadriť: $q = CU$. Tomu zodpovedá možnosť A. Všimnime si, že odpor R nehrá vôbec rolu, ovplyvňovať bude len to, ako dlho proces potrvá – pri vysokom odpore by sme museli dlho čakať, kým pretečie všetok náboj cez odpor.

Správna odpoveď: A.

F1-15

Človek stojí na chodníku, keď počuje sirénu sanitky, ktorá sa blíži rýchlosťou v. Sanitka ho minie a pokračuje svojou cestou, pričom sa vzďaľuje tou istou rýchlosťou v. Predpokladajme, že f_1 je frekvencia zvuku sirény, ktorú človek počuje pri približovaní sanitky, a f_2 je frekvencia, ktorú počuje pri jej vzďaľovaní. Ak f_0 je frekvencia sirény, ktorú počuje vodič sanitky, ktoré tvrdenie je správne?

A) $f_1 < f_2$ a f_0 je o trochu väčšia než $(f_1 + f_2)/2$
B) $f_1 < f_2$ a f_0 je o trochu menšia než $(f_1 + f_2)/2$
C) $f_1 > f_2$ a f_0 je o trochu väčšia než $(f_1 + f_2)/2$
D) $f_1 > f_2$ a f_0 je o trochu menšia než $(f_1 + f_2)/2$

Riešenie

Dopplerov jav „nám hovorí“, že keď sa k nám približuje zdroj zvuku, počujeme ho s vyššou frekvenciou ako vysiela a naopak, keď sa zdroj vzďaľuje, počujeme nižšiu frekvenciu. Predstaviť sa to dá tak, že zdroj zvuku je zdrojom impulzov alebo sínusovej vlny. Frekvencia je daná tým, ako rýchlo za sebou k nám prichádzajú vrcholy vlny. Pri približovaní sa k nám produkuje zdroj impulzy vo vlastnej frekvencii, ale neskôr vyslaný impulz to má k nám bližšie, a teda príde skôr, ako keby zdroj stál. Frekvencia teda bude vyššia.

Touto úvahou dospejeme k vylúčeniu možností A a B. Na výber z možností C a D buď musíme použiť vzorec pre Dopplerov jav

$$f = f_0 \frac{v_{\text{zvuk}}}{v_{\text{zvuk}} + v_{\text{zdroj}}}$$

alebo sa znova zamyslíme. Ak pôjde zdroj naozaj rýchlo, môže prvá frekvencia stúpnuť na dvoj-, troj- či desaťnásobok pôvodnej hodnoty. Aj keď bude druhá frekvencia veľmi malá, ich priemer bude väčší ako frekvencia zdroja. Inak, frekvencia zdroja je vždy nižšia ako priemer počutých frekvencií, správne je teda riešenie D.

Správna odpoveď: D.

F1-16

Predpokladajme, že výrobná cena, náklady na údržbu a životnosť elektrickej, naftovej a parnej lokomotívy je rovnaká. Účinnosť elektrickej lokomotívy je 90 %, naftovej 33 % a parnej 14 %. Cena 1 kWh elektriny je 0,2 €. Cena jednej tony uhlia je 150 € a výhrevnosť 17,6 GJ. Cena jednej tony nafty je 900 € a výhrevnosť 42 GJ. Zoraďte lokomotívy podľa efektivity ich prevádzky (nákladov na palivo) od najlepšej po najhoršiu:

A) Parná, elektrická, naftová.
B) Elektrická, naftová, parná.
C) Elektrická, parná, naftová.
D) Naftová, elektrická, parná.

Riešenie

Vypočítame cenu výkonu 1 kWh pri každej lokomotíve. Pri elektrickej lokomotíve je cena vykonanej kWh daná podielom ceny elektriny za 1 kWh a účinnosti lokomotívy a vychádza

$$C_{\text{výkon}}^{\text{kWh}} = \frac{C_{\text{príkon}}}{\eta} = \frac{0{,}2\ €}{0{,}9} = 22{,}22 \text{ centov}$$

Pri naftovej a parnej lokomotíve najskôr vypočítame, koľko stojí vykonať 1 GJ energie. To je dané podielom ceny paliva a súčinu výhrevnosti a účinnosti (čím je palivo drahšie, tým je drahšia prevádzka. Naopak, čím je výhrevnosť paliva a účinnosť lokomotívy vyššia, tým je prevádzka lacnejšia). Pri parnej lokomotíve to vychádza 60,88 € za GJ a pri naftovej 64,94 € za GJ. Už z tohto porovnania je zrejmé, že parná lokomotíva bude efektívnejšia ako naftová. Zostáva ešte prepočítať GJ na kWh. Jedna kWh znamená, že bola počas jednej hodiny konaná práca výkonom 1 kW. Jedna hodina je 3 600 sekúnd, bolo teda vykonaných $3\,600 \cdot 1\,000\text{W} = 3{,}6$ MW práce. Z toho vyplýva, že 1 GJ zodpovedá 277,78 kWh práce. Cena vykonanej kWh pri parnej lokomotíve je preto 21,92 centu a pri naftovej 23,38 centu za kWh práce. Z toho dostávame správnu odpoveď A.

Správna odpoveď: A.

F1-17

Malé teliesko sa pohybuje šmykovým pohybom bez trenia po podložke, na ktorej je malý kopček. Druhé, identické teliesko sa pohybuje po identickej položke rovnako rýchlo, ale musí prekonať malú jamku rovnakého tvaru ako kopček. Ktoré teliesko prekoná prekážku skôr a aké budú ich výsledné rýchlosti?

A) Prekážky prekonajú naraz a ich rýchlosti budú rovnaké.
B) Teliesko prekonávajúce jamku príde skôr a bude mať vyššiu rýchlosť.
C) Teliesko prekonávajúce jamku príde skôr, ale obe výsledné rýchlosti budú rovnaké.
D) Teliesko prekonávajúce kopček príde skôr a bude mať vyššiu rýchlosť.

Riešenie

Zo zákona zachovania energie vyplýva, že rýchlosť telieska na konci musí byť rovnaká ako na začiatku. Zostávajú nám teda ako možné riešenia A a C. Napriek tomu, že by sa mohlo zdať, že telieska by mali prísť naraz, nebude to tak. Teleso, ktoré pôjde cez kopček, pri prekonávaní kopčeka spomalí a za ním získa späť pôvodnú rýchlosť. Druhé teleso naopak pri prekonávaní jamky zrýchli a na konci zasa spomalí. Výsledkom bude, že teleso prechádzajúce jamku príde skôr, čo zodpovedá možnosti C.

Správna odpoveď: C.

F1-18

V nasledujúcej tabuľke sú polomery dráh a obežné doby štyroch najväčších mesiacov Jupitera. Údaj o obežnej dobe jedného z mesiacov je chybný. Ktorého?

Mesiac	polomer dráhy v mil. km	Obežná doba v dňoch
Io	0,4218	1,77
Europa	0,6711	3,55
Ganymedes	1,0704	8,16
Kallisto	1,8827	16,69

A) Io
B) Europa
C) Ganymedes
D) Kallisto

Riešenie

Z Keplerových zákonov vieme, že pomer tretích mocnín polomerov obehu a druhých mocnín obežných časov musí byť pre všetky telesá obiehajúce okolo jednej hviezdy či planéty rovnaký. Z jednoduchého porovnania uvidíme, že pri mesiaci Ganymedes vychádza pomer okolo 0,018, pri ostatných je to okolo 0,024. Je preto zjavné, že práve pri ňom musela nastať chyba pri udávaní obežnej doby.

Správna odpoveď: C.

F1-19

Kameň padal do studne 3 s. Aká je približná hĺbka studne? (Tiažové zrýchlenie je 9,8 m/s^2)

A) 88 m
B) 44 m
C) 29 m
D) 15 m

Riešenie

Použijeme vzorec $s = \frac{1}{2}gt^2$. Po dosadení času a gravitačného zrýchlenia dostávame, že správna odpoveď je B.

F1-20

V jednej atrakcii v zábavnom parku sa vagónik s ľuďmi rozbehne po vodorovnej dráhe na rýchlosť 100 km/h. Potom sa koľajnice zakrivia zvisle, takže vagónik pokračuje zotrvačnosťou zvislo nahor (a potom padá voľným pádom späť). Ak zanedbáme trenie, do akej výšky vybehne?

A) 78 m
B) 1020 m
C) 283 m
D) 39 m

Riešenie

Použijeme zákon zachovania energie $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$. Ako vidíme, hmotnosť vagónika je na oboch stranách rovnice a vykráti sa. Z rovnice vyjadríme

$$h = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g}$$

a dosadíme rýchlosť a gravitačné zrýchlenie. Ešte predtým však musíme premeniť rýchlosť na metre za sekundu. Využijeme skutočnosť, že hodina má 3 600 sekúnd a kilometer 1 000 metrov, rýchlosť 1 m/s teda zodpovedá rýchlosti 3,6 km/h. 100 km/h teda zodpovedá približne 27,78 m/s, čo zodpovedá výške približne 39 metrov.

Správna odpoveď: D.

F1-21

Auto išlo 50 km rýchlosťou 100 km/hod a ďalších 50 km rýchlosťou 60 km/hod. Aká bola jeho priemerná rýchlosť?

A) 70 km/hod
B) 75 km/hod
C) 80 km/hod
D) 85 km/hod

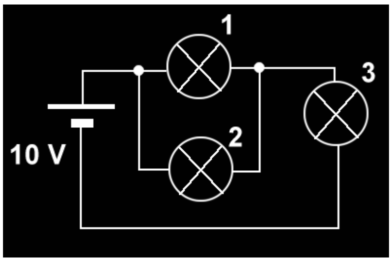
Riešenie

Pozor! Priemerná rýchlosť nie je 80 km/hod. Priemerná rýchlosť je totiž definovaná ako podiel celkovej dráhy a celkového času, za ktorý bola dráha prejdená. Tieto dve veličiny si najskôr musíme spočítať. Dráha je daná súčtom dvoch čiastkových dráh a je 100 km. Čas je daný súčtom čiastkových časov. Prvý čas je 0,5 hodiny, druhý čas 0,83 hodiny. Prejdenie 100 km teda autu trvalo 1,33 hodiny, čo zodpovedá priemernej rýchlosti 75 km/hod.

Správna odpoveď: B.

F1-22

Tri rovnaké žiarovky sú zapojené podľa obrázku. Keď sa žiarovka 1 prepáli, čo sa stane so žiarovkami 2 a 3?



A) Žiarovka 2 bude svietiť slabšie a žiarovka 3 bude svietiť silnejšie
B) Žiarovka 2 bude svietiť silnejšie a žiarovka 3 bude svietiť slabšie
C) Obe žiarovky 2 aj 3 budú svietiť silnejšie
D) Obe žiarovky 2 aj 3 budú svietiť slabšie

Riešenie

V zapojení podľa obrázku tiekol obvodom prúd I_1, ktorý sa vo vetvení na žiarovky rozdeľoval na polovicu. Žiarovkou 3 teda tiekol celý prúd, žiarovkami 1 a 2 len polovica.

Po prepálení žiarovky 1 bude tiecť zariadením iný prúd I_2. Tento prúd bude menší ako pôvodný prúd I_1, lebo celkový odpor obvodu sa zväčšil (odpor žiarovky 1 sa zvýšil do nekonečna, predpokladáme totiž, že pod prepálením žiarovky sa chápe prehorenie vlákna). Žiarovka 3 teda bude svietiť slabšie ako predtým, zostávajú nám teda ako možné riešenia B a D. Na to, aby sme medzi nimi rozhodli, už musíme počítať.

Ak je odpor žiarovky R, celkový odpor žiaroviek a 1 a 2 (paralelné zapojenie) je $R/2$. Celkový odpor všetkých žiaroviek teda bol $3R/2$ a prúd obvodom bol

$$I_1 = \frac{2U}{3R}$$

Po vypálení žiarovky bol celkový odpor obvodu $2R$ a prúd

$$I_2 = \frac{U}{2R}$$

Výkon na druhej žiarovke pred vypálením bol

$$P_1 = RI^2 = R\left(\frac{1}{2}\frac{2U}{3R}\right)^2 = \frac{U^2}{9R}$$

a po vypálení

$$P_2 = R\left(\frac{U}{2R}\right)^2 = \frac{U^2}{4R}$$

Porovnaním vidíme, že druhá žiarovka bude svietiť silnejšie, správna je teda možnosť B.

Správna odpoveď: B.

F1-23

Spojnou šošovkou s priemerom 5 cm a optickou mohutnosťou 2D (dioptrie) premietame na papier obraz Slnka. Papier je od šošovky vzdialený 30 cm. Aký je priemer osvetlenej časti papiera? Slnko považujte za bodový zdroj.

A) 5 mm
B) 7,5 mm
C) 2 cm
D) 3 cm

Riešenie

Použijeme zobrazovaciu rovnicu šošovky

$$\varphi = \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Po dosadení za optickú mohutnosť šošovky φ a za vzdialenosť vzoru nekonečno nám vyjde obrazová vzdialenosť 50 cm. Vo vzdialenosti 50 cm od šošovky bude mať teda obraz slnka skoro nulový priemer. Naopak, tesne pri šošovke bude mať priemer 5 cm (ako šošovka). Vo vzdialenosti 30 cm od šošovky teda bude mať priamo úmerne veľkosť 3 cm.

Správna odpoveď: D.

F1-24

Do 200 g vody s teplotou 20 °C sme vložili kocku ľadu s hmotnosťou 10 g a teplotou 0 °C. Akú teplotu bude mať voda po roztopení ľadu? Straty tepla pri chladení nádoby s vodou zanedbajte. Hmotnostné skupenské teplo topenia ľadu je 334 J/g, hmotnostná tepelná kapacita vody je 4,18 J/(g·K).

A) 11,4 °C
B) 15,2 °C
C) 16,0 °C
D) 19,0 °C

Riešenie

Na roztopenie ľadu na vodu budeme potrebovať 10 334 = 3 340 J tepla. To nám ochladí vodu z 20 °C na približne

$$20 - \frac{3\,340}{200 \cdot 4{,}18} = 16\ ^\circ\mathrm{C}$$

Teraz máme m_1 = 10 g vody s teplotou t_1 = 0 °C a m_2 = 200 g vody s teplotou t_2 = 16 °C. Trojčlenkou spočítame výslednú teplotu 15,2 °C. Rovnaký výsledok dostaneme aj z kalorimetrickej rovnice $m_1c(t_1 - t) = m_1c(t - t_2)$

Správna odpoveď: B.

F1-25

Policajné auto obieha po diaľnici idúcu húkajúcu sanitku. Ako sa mení výška tónu sirény, ktorý počuje vodič policajného auta?

A) Výška tónu sa nemení.
B) Počas približovania k sanitke je vyšší, počas vzďaľovania je nižší.
C) Počas približovania k sanitke je nižší, počas vzďaľovania je vyšší.
D) Počas približovania aj vzďaľovania je nižší, počas obiehania je vyšší.

Riešenie

Ako si každý isto všimol, zvuk blížiaceho sa auta je vždy vyšší ako zvuk auta odchádzajúceho od nás, čo je najlepšie počuť pri sirénach a zvukoch s dobre definovanou frekvenciou. Dôvodom je Dopplerov jav, ktorý súvisí s tým, že rýchlosť šírenia zvuku nie je nekonečná.

Jednoduché riešenie príkladu je zabudnúť na to, že sa hýbu obe autá a uvedomiť si, že Dopplerov jav závisí iba od vzájomnej rýchlosti. Ak sa k sanitke približujeme, budeme počuť vyšší tón, ako keď sa vzďaľujeme.

Správna odpoveď: B.

F1-26

Koľko váži sklená tabuľa s rozmermi 1 200 mm × 800 mm × 5 mm? Hustota skla je 2 500 kg/m^3.

A) 12,0 kg
B) 5,2 kg
C) 1,9 kg
D) 1,2 kg

Riešenie:

Hmotnosť sklenej tabule m vypočítame pomocou hustoty skla ρ a objemu tabule V, resp. jej rozmerov a, b, c pomocou vzťahu: $m = \rho V = \rho abc$. Po dosadení zadaných údajov dostaneme:

$$m = 2\,500\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 1{,}2\ \mathrm{m} \cdot 0{,}8\ \mathrm{m} \cdot 0{,}005\ \mathrm{m} = 12\ \mathrm{kg}$$

Správna odpoveď: A.

F1-27

Bežec prebehol na tréningu prvých 5 km rýchlosťou 20 km/h a potom ďalších 5 km rýchlosťou 10 km/h. Ako dlho na tréningu bežal?

A) 45 min
B) 40 min
C) 90 min
D) 15 min

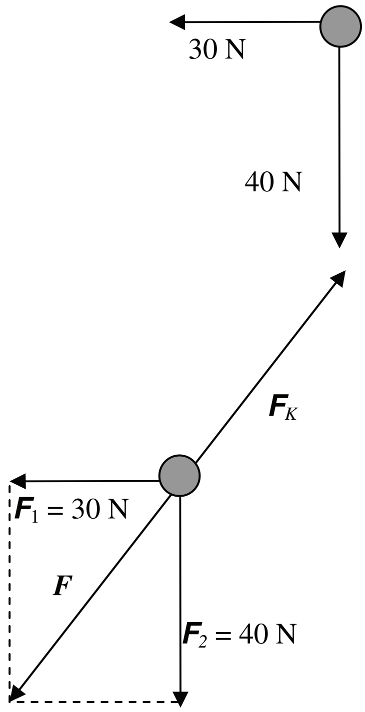
Riešenie

Pomocou vzťahu $t = s/v$ vypočítame, že bežec prebehol prvých 5 km za 15 minút a ďalších 5 km za pol hodiny. Celkovo bežal 45 minút.

Správna odpoveď: A.

F1-28

Traja súrodenci ťahajú hračku troma smermi. Janko ťahá silou veľkosti 30 N, Miško silou 40 N v smere kolmo na neho (pozri obr.). Akou veľkou silou ťahá Katka, ak je hračka v pokoji?



A) 50 N
B) 10 N
C) 35 N
D) 70 N

Riešenie

Keďže hračka ostáva v pokoji, výsledná sila, ktorou deti na ňu pôsobia musí byť rovná nule. Preto sila $\boldsymbol{F}_K$, ktorou ťahá Katka je rovnako veľká ako výslednica síl Janka a Miška ($\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$), ale je opačne orientovaná. Veľkosť výslednice síl Janka a Miška určíme pomocou Pytagorovej vety:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{30^2 + 40^2}\,\mathrm{N} = 50\ \mathrm{N}$$

Správna odpoveď: A.

F1-29

Na ceste stojí auto. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé?
A) Zem pôsobí na auto väčšou gravitačnou silou ako auto na Zem.
B) Zem pôsobí na auto menšou gravitačnou silou ako auto na Zem.
C) Zem pôsobí na auto rovnakou gravitačnou silou ako auto na Zem.
D) Gravitačná sila pôsobí len na auto a nepôsobí na Zem.

Riešenie

Podľa 3. Newtonovho zákona (zákona akcie a reakcie) je sila, ktorou pôsobí Zem na auto rovnaká ako sila, ktorou pôsobí auto na Zem.
Správna odpoveď: C.

F1-30

Vypočítajte, akou veľkou silou by bol priťahovaný k svojej planéte Malý princ. Predpokladajte, že planéta Malého princa mala polomer 100 m a hmotnosť $2 \cdot 10^{10}$ kg a že hmotnosť Malého princa bola 40 kg. ($\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$)

A) 5,3 mN
B) 0,53 N
C) 40 N
D) 400 N

Riešenie

Silu, ktorou je Malý princ priťahovaný k svojej planéte, vypočítame pomocou Newtonovho gravitačného zákona

$$F_\mathrm{g} = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

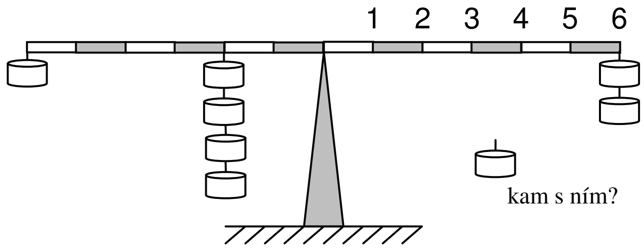
Po dosadení hmotnosti princa, hmotnosti planéty a polomeru planéty dostaneme

$$F_g = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \cdot \frac{40\ \mathrm{kg} \cdot 2 \cdot 10^{10}\ \mathrm{kg}}{100\ \mathrm{m}^2} \cong 5{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} = 5{,}3\ \mathrm{mN}$$

Správna odpoveď: A.

F1-31

Sústavu na obrázku tvorí homogénna tyč upevnená v strede a súbor rovnakých závaží, z ktorých takmer všetky sú už zavesené v rôznych polohách. Kam treba upevniť posledné závažie, aby sa dosiahla rovnováha?



A) Do bodu 1
B) Do bodu 2
C) Do bodu 3
D) Do bodu 4

Riešenie

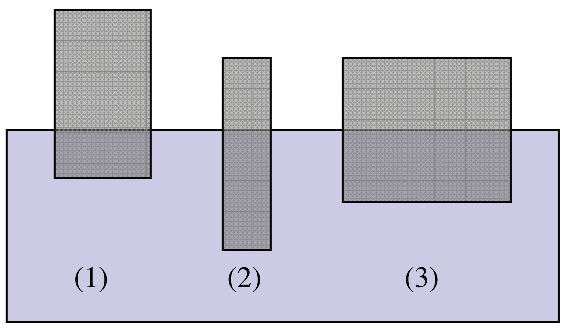
V rovnováhe je výsledný moment síl pôsobiacich na tyč rovný nule, t. j. moment síl, ktorým pôsobia závažia vľavo je rovnako veľký ako moment síl pôsobiacich vpravo. Hmotnosť jedného závažia označíme m. Tiaž tohto závažia je potom mg. Ak veľkosť jedného dielika na označíme tyči a a vzdialenosť posledného závažia od osi otáčania x, tak v rovnováhe platí: $mg \cdot 6a + 4mg \cdot 2a = 2mg \cdot 6a + mg \cdot x$.

Po úpravách dostaneme $14mg \cdot a = 12mg \cdot a + mg \cdot x$, odkiaľ $x = 2a$.

Správna odpoveď: B.

F1-32

Obrázok znázorňuje tri pevné hranoly, ktoré plávajú v tekutine. Označte správne zoradenie veľkostí hustoty hranolov.



A) $\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$
B) $\rho_2 > \rho_3 > \rho_1$
C) $\rho_2 > \rho_1 > \rho_3$
D) $\rho_3 > \rho_1 > \rho_2$

Riešenie

Pomer objemu ponorenej časti hranola V_p k objemu celého hranola V závisí od hustoty hranola ρ_h a hustoty tekutiny ρ. Čím je väčšia hustota hranola, tým väčšia časť hranola je ponorená. Z Archimedovho zákona totiž vyplýva, že

$$\frac{V_p}{V} = \frac{\rho_h}{\rho}$$

Preto bude mať najväčšiu hustotu hranol (2) a najmenšiu hranol (1).

Správna odpoveď: B.

F1-33

Koľko vody s teplotou 60 °C musíme pridať do vane, v ktorej je 120 litrov vody s teplotou 20 °C, aby výsledná teplota bola 36 °C? Straty tepla do okolia zanedbajte.

A) 40 l
B) 60 l
C) 80 l
D) 100 l

Riešenie

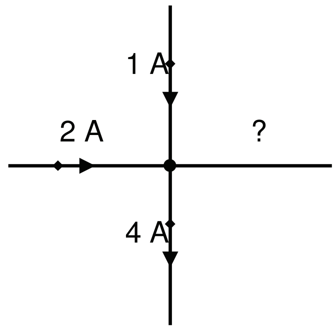
Ak zanedbáme straty tepla do okolia, tak teplo odovzdané teplou vodou s hmotnosťou m_1 a začiatočnou teplotou t_1 sa rovná teplu prijatému studenou vodou s hmotnosťou m_2 a pôvodnou teplotou t_2. Keď označíme výslednú teplotu t a hmotnostnú tepelnú kapacitu vody c, tak platí $m_1c(t_1 - t) = m_2c(t - t_2)$. Odtiaľto dostaneme hmotnosť teplej vody

$$m_1 = \frac{m_2(t-t_2)}{(t_1-t)} = \frac{120\ \text{kg}\ (36\ °\text{C} - 20\ °\text{C})}{(60\ °\text{C} - 36\ °\text{C})} = 80\ \text{kg}$$

Správna odpoveď: C.

F1-34

Na obrázku je znázornený výsek elektrickej siete s jedným uzlom, ktorý spája štyri elektrické vodiče. Pri troch sú naznačené smery a veľkosti prúdov. Aký prúd tečie vodičom označeným otáznikom?



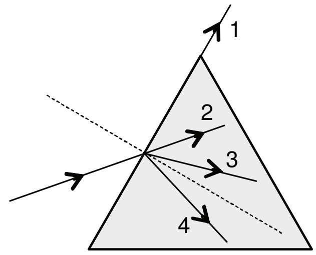
A) 7 A smerom doprava
B) 1 A smerom doľava
C) 2 A smerom doprava
D) 5 A smerom doľava

Riešenie

Súčet elektrických prúdov vtekajúcich do uzla sa rovná súčtu prúdov z uzla vytekajúcich. Neznámy prúd označíme I. Predpokladajme, že tento prúd vyteká z uzla. (Ak to tak nebude, dostaneme zápornú veľkosť prúdu.) Potom platí 1 A + 2 A = 4 A + I. Odtiaľto dostaneme $I = -1$ A. To znamená, že prúd hľadaný prúd má veľkosť 1 A a že bude tiecť smerom do uzla.
Správne riešenie: B.

F1-35

Ktorým zo znázornených smerov sa bude šíriť lúč svetla, ktorý dopadá zo vzduchu na sklený hranol na obrázku?



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

Riešenie

Pre uhol dopadu α a uhol lomu β platí zákon lomu:

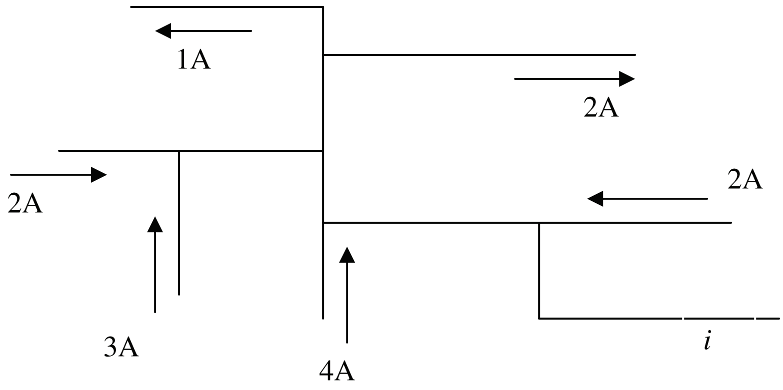
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_1}{n_2}$$

kde n_2 je index lomu skla a n_1 index lomu vzduchu. Pretože $n_2 > n_1$, pri dopade svetla na sklo nastáva lom svetla ku kolmici ($\alpha > \beta$).
Správna odpoveď: C.

F1-36

Obrázok (vpravo hore) zobrazuje časť elektrického obvodu. Nájdite veľkosť a smer prúdu i vo vodiči vpravo dolu.

A) 7 A, dnu
B) 7 A, von
C) 8 A, dnu
D) 8 A, von



Riešenie

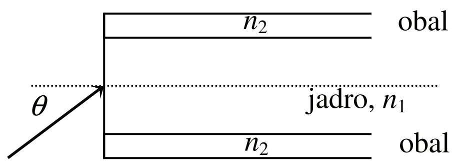
Stačí si uvedomiť, že v žiadnom uzle sa nesmie prúd hromadiť, ale ani v ňom nesmie chýbať (Kirchhoffov zákon). Celkový prúd vtekajúci do obvodu je 2 + 2 + 3 + 4 = 11 A, celkový vytekajúci prúd 1 + 2 = 3 A. Na vyrovnanie teda musí tiecť prúd 8 A von, možnosť D.

Správna odpoveď: D.

F1-37

Optické vlákno sa skladá zo skleneného jadra s indexom lomu n_1 (vzhľadom k indexu lomu vzduchu) obklopeného obalom s indexom lomu $n_2 < n_1$ (takisto vzhľadom k indexu lomu vzduchu). Zo vzduchu vstupuje do vlákna lúč svetla pod uhlom θ vzhľadom k osi vlákna. Najväčší možný uhol, pri ktorom môže lúč postupovať vláknom spĺňa vzťah

A) $\theta = \cos^{-1}(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$
B) $\sin^2\theta = n_1^2 - n_2^2$
C) $\cos\theta = n_1^2 - n_2^2$
D) $\theta = \sin^{-1}(n_1^2 - n_2^2)$



Riešenie

Na to, aby lúč z vlákna nevybehol, musí pri dopade na rozhranie medzi jadrom a obalom vlákna dopadať pod takým uhlom, aby nastával úplný odraz. Podľa Snellovho zákona lomu platí $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$, pričom uhly sa merajú od kolmice. Pre úplný odraz teda musí platiť (aby neexistoval taký uhol β, ktorý spĺňa požiadavky rovnice)

$$\sin\alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

Zároveň pre uhol θ platí rovnako zákon lomu, pričom

$$\sin\theta = n_2 \sin\gamma$$

kde γ je uhol, pod ktorým lúč do vlákna vnikol. V tejto rovnici sme predpokladali, že index lomu vzduchu je 1. Ešte si musíme uvedomiť, že (pre rovné vlákno, čo predpokladáme) platí $\alpha + \gamma = 90°$, a teda $\cos\alpha = \sin\gamma$. Dosadíme, využijeme identitu $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ a dostávame možnosť B.

Správna odpoveď: B.

F1-38

Dievča s hmotnosťou 40 kg a sánky s hmotnosťou 8,4 kg sú na zamrznutom jazere vo vzájomnej vzdialenosti 15 m. Pomocou lana pôsobí dievča na sánky vodorovnou silou a ťahá ich k sebe. O akú vzdialenosť sa posunie dievča, kým pritiahne sánky k sebe ak zanedbáme trecie sily?

A) 2,0 m
B) 4,4 m
C) 3,8 m
D) 2,6 m

Riešenie

Ak nepôsobia trecie sily o jazero, ťažisko dievčaťa a sánok sa nesmie hýbať. Na konci pohybu bude ťažisko na rovnakom mieste ako dievča i sánky. Na začiatku bude medzi dievčaťom a sánkami, vo vzdialenosti

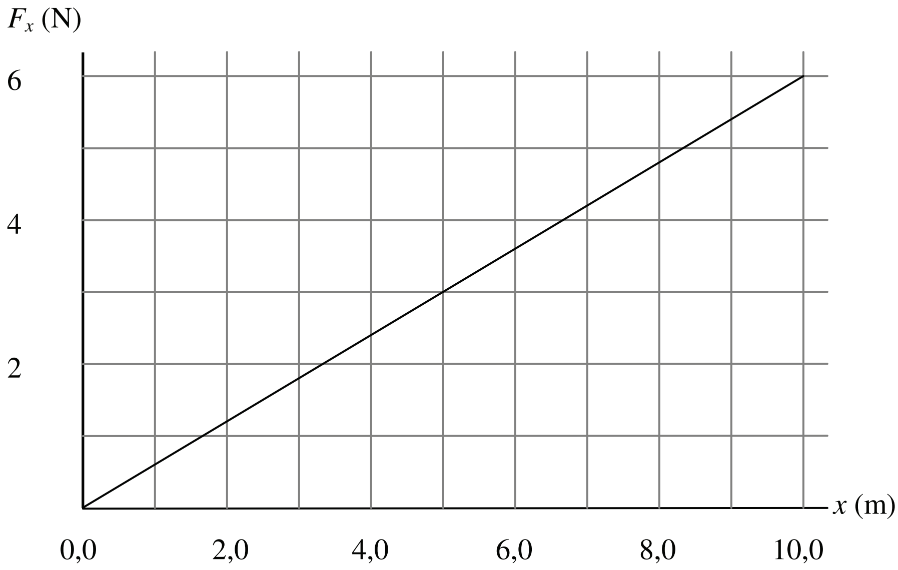
$$15\ \mathrm{m}\frac{8{,}4\ \mathrm{kg}}{40\ \mathrm{kg}+8{,}4\ \mathrm{kg}}=2{,}6\ \mathrm{m}$$

od dievčaťa. Práve o toľko sa dievča pri pohybe posunie.

Správna odpoveď: D.

F1-39

Sila F_x, ktorá pôsobí na teleso s hmotnosťou 2,0 kg, ho posúva v smere osi x. Závislosť sily od vzdialenosti x je na obrázku. Ak v bode x = 2,0 m má teleso rýchlosť 3,0 m/s, akú rýchlosť bude mať teleso v bode x = 8,0 m?



A) 7,2 m/s
B) 6,2 m/s
C) 5,2 m/s
D) 4,2 m/s

Riešenie

Toto je ťažký príklad, ktorý obsahuje chyták. Z grafu totiž nijako nevyplýva, že na začiatku pohybu, keď malo teleso nulovú prejdenú dráhu a nepôsobila naňho sila, aj stálo. Riešenie sa ale schováva v použití zákona zachovania energie. Sila pôsobiaca na dráhe zodpovedá vykonanej práci, ktorá sa premietne do zmeny energie telesa, teda do zmeny jeho rýchlosti. Medzi bodmi 2 a 8 vykonali vonkajšie sily prácu, ktorá zodpovedá ploche pod priamkou definujúcou silu – stačí, keď spočítame štvorčeky pod úsečkou, zistíme, že ich je približne 18, sily teda vykonali prácu asi 18 J. V bode 2 malo teleso energiu zodpovedajúcu $mv^2/2$, teda 9 J. V bode 8 bude jeho energia približne 27 J, čo zodpovedá rýchlosti asi 5,2 m/s.

Správna odpoveď: C.

F1-40

Hypotetická slnečná sústava má päť planét obiehajúcich okolo hviezdy po rôznych kruhových dráhach. Polomery dráh planét sú postupne R_1, $2R_1$, $4R_1$, $5R_1$ a $6R_1$. Nájdite dvojicu planét, ktoré majú obežné doby približne v pomere 5,2 : 1.

A) Planéta 2 and planéta 1
B) Planéta 4 and planéta 1
C) Planéta 5 and planéta 2
D) Planéta 5 and planéta 4

Riešenie

Z Keplerových zákonov vyplýva, že v jednej obehovej sústave je pomer druhých mocnín obehových dôb a tretích mocnín polomerov obehu konštantný. Ak je pomer obehových dôb 5,2 : 1, jeho druhá mocnina je asi 27, z toho tretia odmocnina asi 3. Pomer polomerov dráh 1 : 3 majú práve druhá piata planéta.

Správna odpoveď: C.

F1-41

Ak vystavíme slnečnému svetlu vodu a piesok, piesok bude teplejší, než voda. Vyberte odpoveď najlepšie vystihujúcu príčinu.

A) Pretože piesok má vyššiu hmotnostnú mernú tepelnú kapacitu a je menej priehľadný, než voda.
B) Pretože voda má vyššiu hmotnostnú tepelnú kapacitu a je priehľadnejšia, než piesok.
C) Pretože piesok má vyššiu hmotnostnú tepelnú kapacitu než voda.
D) Pretože voda má vyššiu hmotnostnú tepelnú kapacitu než piesok.

Riešenie

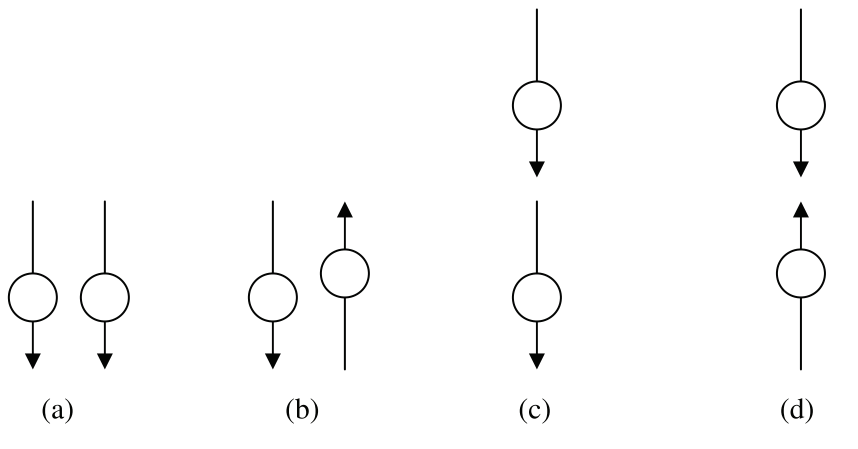
Okrem iného (napríklad, že voda sa odparuje a tým chladí) má voda vskutku vyššiu tepelnú kapacitu ako piesok, preto je „ťažšie" ju zohriať – rovnaká energia ju zohreje na nižšiu teplotu. Rovnako fakt, že voda je priehľadná spôsobuje, že slnko zohrieva veľa vody naraz, pričom pri piesku sa prehrieva len malá vrstvička, zohrievanie vody je teda pomalšie (skúste na rozhorúčenej pláži vyhrabať jamu v piesku, vnútri bude piesok studený, voda je však aj v hĺbke viac ako meter podobne teplá ako pri hladine).

Správna odpoveď: B.

F1-42

Obrázok ukazuje štyri usporiadania malých kompasov s otáčavými strelkami v priestore bez vonkajšieho magnetického poľa. Šípky ukazujú smer streliek kompasov. Ktoré páry sú v stabilnej rovnováhe?

A) (a), (c)
B) (a), (b), (d)
C) (b), (c)
D) (a), (c), (d)



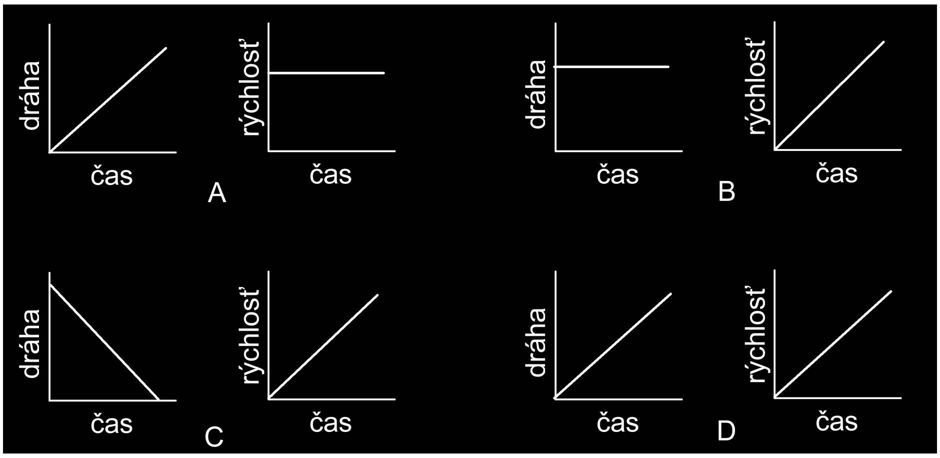
Riešenie

Kompas je malý magnetík a rovnako ako pre každý magnet pre neho platí, že rovnaké póly sa odpudzujú a rôzne priťahujú. Stabilné polohy preto budú tie, pri ktorých sú blízko pri sebe opačné póly, teda polohy b) a c).

Správna odpoveď: C.

F1-43

Ktorá dvojica grafov na obrázku charakterizuje ten istý pohyb?



Riešenie

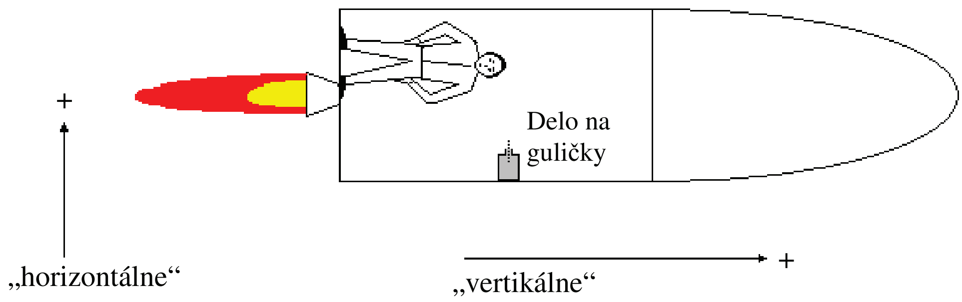
Pri konštantnej rýchlosti (vodorovný graf závislosti rýchlosti od času) sa prejdená vzdialenosť mení podľa vzorca $s = vt$, teda lineárne stúpa. To zodpovedá grafu A.

Správna odpoveď: A.

F1-44

Raketa sa pohybuje s konštantným zrýchlením 9,8 m/s^2 ďaleko od iných astronomických objektov. V rakete vystrelíme guľôčku rýchlosťou 20 m/s (pozri obrázok). Vzhľadom k pozorovateľovi vo vnútri rakety,

A) guľôčka nebude mať „vertikálnu“ rýchlosť.
B) guľôčka bude mať „vertikálnu“ rýchlosť 9,8t m/s o t sekúnd po vystrelení.
C) guľôčka bude mať „horizontálnu“ rýchlosť 20 m/s a „vertikálnu“ rýchlosť –9,8t m/s o t sekúnd po vystrelení.
D) guľôčka bude mať rýchlosť (20 + 9,8t) m/s o t sekúnd po vystrelení.



Riešenie

V horizontálnom smere sa raketa nepohybuje, preto horizontálna rýchlosť musí byť aj vzhľadom na pozorovateľa stále rovnaká 20 m/s. Naopak, vo vertikálnom smere raketa zrýchľuje, preto z pohľadu pozorovateľa bude zrýchľovať (opačným smerom) práve guľôčka. Týmto požiadavkám vyhovuje najlepšie riešenie C). Riešenie D je zlé, lebo rýchlosti v rôznych smeroch nemožno jednoducho sčítať. Riešenie B je sčasti správne, ale neúplné.

Správna odpoveď: C.

F1-45

Predstavte si zázračné auto, ktoré má motor so 100 % účinnosťou a ktoré používa palivo s obsahom energie 40 MJ (megajoulov) na liter. Ak odpor vzduchu a ostatné trecie sily tvoria dohromady 500 N, akú najväčšiu vzdialenosť môže auto prejsť pri spálení litra paliva?

A) 100 km
B) 90 km
C) 80 km
D) 70 km

Riešenie:

Na prejdenie 1 metra auto potrebuje $500\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} = 500\ \text{J}$. Na prejdenie 1 km je to 0,5 MJ, 40 MJ mu preto vystačí na 80 km.
Správna odpoveď: C.

F1-46

Doskový kondenzátor sme nabili a potom odpojili od elektrickej batérie. Ak sme pomocou izolujúcich rúčok vzdialili dosky od seba, ktorý z nasledujúcich výsledkov je správny?

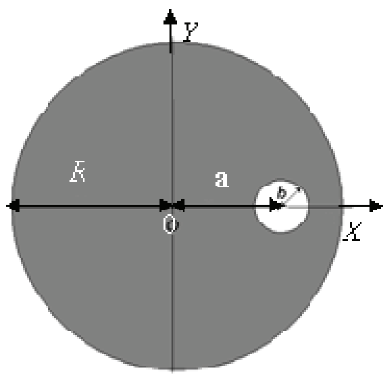
A) Elektrický náboj na kondenzátore sa zväčší.
B) Elektrický náboj na kondenzátore sa zmenší.
C) Kapacita kondenzátora stúpne.
D) Napätie na kondenzátore stúpne.

Riešenie

Náboj (počet nadbytočných, resp. chýbajúcich elektrónov) na kondenzátore sa aj po manipulácii s ním zachová, lebo nemal kam odtiecť. Zostávajú nám teda riešenia C a D. Na výber spomedzi nich musíme vedieť, že kapacita doskového kondenzátora je úmerná jeho ploche a nepriamo úmerná vzdialenosti týchto plôch. Ak sme dosky od seba vzdialili, kapacita kondenzátora klesla, zostala nám iba možnosť D. Že je skutočne správna sa môžeme presvedčiť, ak vieme, že náboj na kondenzátore je súčinom kapacity a napätia. Ak sa teda náboj zachoval a kapacita klesla, muselo napätie stúpnuť.
Správna odpoveď: D.

F1-47

Na obrázku je kovový disk s polomerom R, z ktorého bola časť odstránená. Odstránená časť je disk s polomerom b, ktorého stred sa nachádza vo vzdialenosti a od stredu O pôvodného disku. Nájdite súradnice ťažiska (X_T, Y_T) disku na obrázku.



A) $X_T = -(R + a)b/2a$, $Y_T = 0$
B) $X_T = -(R + a)a/2b$, $Y_T = 0$
C) $X_T = -(b^2a)/(R^2 - b^2)$, $Y_T = 0$
D) $X_T = -(a^2b)/(R^2 - a^2)$, $Y_T = 0$

Riešenie

Na disk s vyrezaným otvorom sa môžeme pozerať ako na plný disk (s ťažiskom v strede) spojený s malým diskom s ťažiskom v strede otvoru, ktorý má ale negatívnu hmotnosť zodpovedajúcu hmotnosti vyrezanej časti. Pre vzdialenosť ťažiska sústavy telies od prvého telesa platí

$$x = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

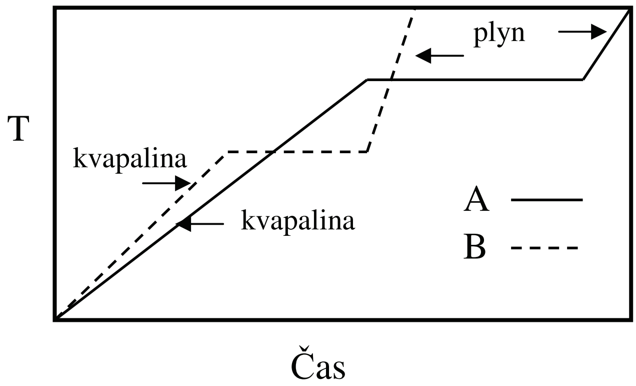
ak d je vzdialenosť ťažísk a m sú hmotnosti telies. V našom prípade sú hmotnosti úmerné druhej mocnine R (pre veľký disk) a b (pre malý disk so zápornou hmotnosťou) a vzdialenosť medzi ťažiskami je a. Po dosadení dostávame možnosť C s tým, že opačné znamienko v súradnici X nám hovorí, že (pochopiteľne) je ťažisko naľavo od stredu.

Správna odpoveď: C.

F1-48

Obrázok zobrazuje teplotné krivky kvapalín A a B získané meraním teploty v závislosti od času, pričom obe látky boli zohrievané rovnakým konštantným výkonom. Predpokladajte, že látky majú rovnakú hmotnosť. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je správne?

A) Teplota varu B je vyššia ako teplota varu A.
B) Tepelná kapacita pary je väčšia pre B ako pre A.
C) Skupenské teplo varu je väčšie pre A ako pre B.
D) Tepelná kapacita pary B je vyššia ako tepelná kapacita kvapaliny B.



Riešenie

Skúsme sa zamyslieť, čo nám čiary na grafe hovoria. Ak teplota kvapaliny B stúpa s časom rýchlejšie (graf je strmší) ako teplota kvapaliny A, znamená to, že pri rovnakom dodávanom teple sa jej teplota mení rýchlejšie. To znamená, že má nižšiu tepelnú kapacitu ako kvapalina A.

Po istom čase sa obe kvapaliny prestanú zohrievať. To znamená, že začali vrieť a postupne sa menia na plyn. Teplota, na ktorej sa ohrev načas zastavil, je teplota varu, ktorá je pri B nižšia ako pri A. Čím dlhšie to trvá (čím dlhšia je vodorovná časť grafu), tým väčšie je skupenské teplo varu kvapaliny. V tomto prípade platí, že skupenské teplo varu kvapaliny A je zjavne vyššie ako kvapaliny B. Tu sa môžeme zastaviť a konštatovať, že správna je odpoveď C. Dotiahneme ale analýzu do konca a zistíme, že tepelná kapacita pary B je tiež menšia ako tepelná kapacita pary A. Porovnaním strmosti kriviek tiež zistíme, že obe kvapaliny majú vyššie tepelné kapacity ako plyny.

Správna odpoveď: C.

F1-49

Hustota neznámej plynnej látky je 1,62 g/l pri teplote 300 K a tlaku 1 atm. Ktorá látka by to mohla byť?

(relatívne atómové hmotnosti: C = 12, O = 16, Ne = 20, Ar = 40, $R = 0{,}0821\ \text{atm}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)

A) Ne
B) Ar
C) O_2
D) CO_2

Riešenie:

Stavová rovnica nám „hovorí“

$$pV = nRT = \frac{m}{M_m} RT$$

Predelením objemom plynu v rovnici zostane tlak, hustota, teplota a konštanta R. Odtiaľ vyjadríme mólovú hmotnosť

$$M_m = \frac{\rho RT}{p} = 1{,}62 \cdot 0{,}082 \cdot 300 = 40$$

čo zodpovedá argónu.
Správna odpoveď: B.

F1-50

Pri použití jednej batérie pripojenej k jednej žiarovke dokáže žiarovka svietiť počas doby t_0. Ak použijeme dve rovnaké batérie a dve rovnaké žiarovky, ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé?

A) Ak zapojíme batérie vedľa seba (paralelne) a žiarovky za sebou (sériovo), batérie vydržia $t_0/2$.
B) Ak zapojíme batérie za sebou (sériovo) a žiarovky za sebou (sériovo), batérie vydržia $2t_0$.
C) Ak zapojíme batérie vedľa seba (paralelne) a žiarovky vedľa seba (paralelne), batérie vydržia t_0.
D) Ak zapojíme batérie za sebou (sériovo) a žiarovky vedľa seba (paralelne), batérie vydržia $4t_0$.

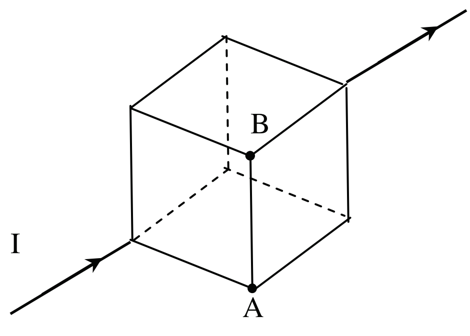
Riešenie

Ak zapojíme žiarovky aj batérie paralelne, bude to rovnaké, ako keby sme mali dva nezávislé paralelné obvody, rovnaké ako pôvodný. Napätie v obvode bude rovnaké, prúd bude dvojnásobný, ale kapacita batérií tiež stúpne na dvojnásobok, žiarovky preto vydržia svietiť rovnako dlho (odpoveď C).

Len pre doplnenie, možnosť A je nesprávna, lebo pri paralelnom zapojení batérií sme nezvýšili napätie v obvode, ale kapacitu batérií, takže žiarovky musia vydržať svietiť dlhšie ako pôvodne (v skutočnosti 4-krát dlhšie, lebo žiarovky z dôvodu vysokého odporu v sériovom zapojení budú svietiť podstatne slabšie). B je nesprávne, lebo sériovo zapojené žiarovky aj batérie spôsobia, že v obvode je dvakrát vyššie napätie aj odpor, takže prúd bude rovnaký a tým pádom aj doba svietenia. Vtipná je možnosť D, pri ktorej na paralelne zapojené žiarovky „naložíme“ dvojnásobné napätie. Teoretické riešenie je štvrtinový čas, skutočné riešenie je ale nulový čas, lebo žiarovky by sa okamžite vypálili.
Správna odpoveď: C.

F1-51

Dvanásť identických odporov je zapojených v hranách kocky, ako je nakreslené v obrázku. Ak kockou prechádza prúd I podľa obrázka, aký je prúd prechádzajúci z bodu A do bodu B? (Prúd prechádzajúci opačným smerom má znamienko mínus.)



A) −I/6
B) −I/3
C) I/6
D) I/3

Riešenie

V prvom rade je dobré si uvedomiť, že bod A je bližšie k vstupu prúdu a bod B k výstupu prúdu. Prúd teda potečie z bodu A do bodu B, bude mať kladné znamienko (možnosti C a D). Prúd na vstupe sa rozdelí na tri vetvy, keďže je kocka symetrická, v každej vetve pôjde tretina prúdu. V bode A sa prúd znova rozdelí, tentokrát ale len na dve časti (tretím ramenom prúd pritiekol). Po spojnici A-B teda potečie šestina prúdu. V bode B sa znova spoja dve vetvy a ďalej z neho potečie tretina prúdu do výstupného bodu, kde sa spoja tri vetvy a celý prúd vytečie von.

Správna odpoveď: C.

F1-52

Náboj s hmotnosťou 10 g letiaci vodorovne priamočiaro rýchlosťou 500 m/s zasiahne kváder s hmotnosťou 1 kg, ktorý sa pohybuje bez trenia po rovnakej čiare rýchlosťou −1 m/s. Tesne po prelete náboja kvádrom sa kváder pohybuje rýchlosťou 2 m/s. Aká je rýchlosť náboja potom, ako vyletí z kvádra?

A) 100 m/s
B) 200 m/s
C) 300 m/s
D) 400 m/s

Riešenie

Použijeme zákon zachovania hybnosti. Pôvodná hybnosť sústavy bola daná hybnosťou náboja 0,01 kg·500 m/s = 5 kg·m/s a hybnosťou kvádra 1 kg·(−1 m/s) = −1 kg·m/s. Po zrážke bude hybnosť kvádra 2 kg·m/s a hybnosť náboja 0,01 v kg·m/s pri neznámej rýchlosti v. Vyjadríme

$$v = \frac{(5-1-2)\ \mathrm{kg \cdot m/s}}{0{,}01\ \mathrm{kg}} = 200\ \mathrm{m/s}$$

Správna odpoveď: B.

F1-53

Ak ponoríme 0,1 kg kovu A s teplotou 52 °C do 0,3 kg kvapaliny B s teplotou 10 °C, výsledná teplota bude 16 °C. Aká bude výsledná teplota po ponorení 0,2 kg kovu A s teplotou 60 °C do 0,5 kg kvapaliny B s teplotou 12 °C? Predpokladáme, že príslušné tepelné kapacity nezávisia od teploty a zanedbáme tepelné straty.

A) 42 °C
B) 36 °C
C) 28 °C
D) 20 °C

Riešenie

Označme hmotnostné tepelné kapacity kovu c_k a kvapaliny c_v. Platia rovnice

$$0{,}1\,c_\mathrm{k}(52-16) = 0{,}3\,c_\mathrm{v}(16-10)$$

a

$$0{,}2\,c_\mathrm{k}(60-t) = 0{,}5\,c_\mathrm{v}(t-12)$$

pre neznámu konečnú teplotu t. Z prvej rovnice vyjadríme $c_\mathrm{k} = 0{,}5\,c_\mathrm{v}$ a dosadíme do druhej rovnice

$$0{,}1\,c_\mathrm{v}(60-t) = 0{,}5\,c_\mathrm{v}(t-12)$$

všimneme si, že tepelná kapacita kvapaliny sa vykráti a vyjadríme t = 20 °C.

Správna odpoveď: D.

F1-54

V našej galaxii bol spozorovaný rozpínajúci sa pozostatok supernovy (PSN) s uhlovou veľkosťou 120 uhlových minút (jeden stupeň je 60 uhlových minút). Koľko času približne uplynulo od výbuchu predchodcu PSN za predpokladu, že je od nás vzdialený 12 000 svetelných rokov a rýchlosť expanzie vybuchnutých častíc je 6 000 km/s? (Rýchlosť svetla je 300 000 km/s)

A) 12 000 rokov
B) 22 000 rokov
C) 32 000 rokov
D) 42 000 rokov

Riešenie

Pozostatok supernovy pozorujeme pod uhlom 2 stupne a má tvar približného kruhu, pričom v strede je centrum rozpadu. Čiastky rozpadu teda prešli od stredu najďalej na kraj pozorovaného útvaru, maximálne 1 uhlový stupeň. To zodpovedá uhlu $\pi/180$ radiánov. Ak je vzdialenosť PSN od nás 12 tisíc svetelných rokov, polomer PSN zodpovedá súčinu pozorovacieho uhla a vzdialenosti, teda približne 210 svetelných rokov.

Jeden rok má približne $365\cdot24\cdot60\cdot60 = 31\,536\,000$ sekúnd, za každú sekundu prejde svetlo 300 000 km, svetelný rok teda zodpovedá približne $9{,}46\cdot10^{12}$ kilometrom. Vybuchnuté častice prúdia rýchlosťou 6 000 km/s, jeden svetelný rok teda prejdú za približne 50 rokov. 210 svetelných rokov im potrvá okolo 10 500 rokov.

Tu si ale musíme uvedomiť, že to, čo pozorujeme, je 12 tisíc rokov starý obrázok. Presne toľko trvalo, než prišlo svetlo od PSN k nám. K veku PSN, ktorý pozorujeme, teda musíme pripočítať dobu, kým k nám svetlo dorazilo, celkový vek PSN je teda približne 22 500 rokov. Správna odpoveď: B.

F1-55

Profesor Z. objavil päť objektov v blízkosti hviezdy podobnej Slnku. Fyzikálne vlastnosti objektov (pozri tabuľku) vypočítané z experimentálnych dát indikujú, že iba tri z objektov sú planéty obiehajúce okolo hviezdy. Pre ktoré objekty sú uvedené pozorovania ***nemožné***?
(Pri analýze pohybu objektov predpokladajte kruhové dráhy)

Objekt	Rýchlosť ($km\cdot s^{-1}$)	Hmotnosť (Hmotnosť Zeme)	Polomer dráhy (AU)
I	25,0	3	5
II	9,5	2	10
III	6,0	90	23
IV	4,0	17	35
V	3,4	15	80

(1 AU = priemerná vzdialenosť Zeme od Slnka)

A) I a II
B) IV a V
C) I a V
D) I a IV

Riešenie

Pomôcka: žiadna z možností nepripúšťa, že by objekt III mohol byť medzi nesprávne nameranými objektmi. Môžeme ho teda použiť ako porovnávací kus.

Gravitačná sila je nepriamo úmerná druhej mocnine vzdialenosti od hviezdy a úmerná hmotnosti objektu

$$F_g \cong \frac{m}{R^2}$$

Dostredivá sila je tiež úmerná hmotnosti objektu a druhej mocnine rýchlosti jej pohybu, je tiež nepriamo úmerná polomeru obehu

$$F_{\mathrm{d}} = \frac{mv^2}{R}$$

Tieto sily majú rovnakú veľkosť, preto aj ich podiel v^2R musí byť konštantný. Vypočítajme tento podiel pre jednotlivé objekty, pre objekty II, III a V vychádza okolo 900, pre objekty I a IV úplne inak.

Správna odpoveď: D.

F1-56

Gumové vlákno s dĺžkou 0,750 m je jedným koncom pripevnené o plafón. Zistili sme, že po zavesení malej guľôčky s hmotnosťou 0,100 kg sa vlákno po ustálení natiahne o 10,0 cm. Keď teraz zdvihneme guľôčku ku plafónu a pustíme ju, akú najväčšiu dĺžku dosiahne vlákno? Predpokladajte, že pri naťahovaní sa vlákno správa ako struna. (Potenciálna energia struny s tuhosťou k pri predĺžení x je $\frac{1}{2}kx^2$).

A) 0,750 m
B) 0,850 m
C) 1,000 m
D) 1,250 m

Riešenie

Ak guľôčka s hmotnosťou 100 gramov (pôsobiaca silou približne 1 N) natiahne vlákno o 10 cm, konštanta tuhosti vlákna (pomer sily a predĺženia) je približne 10 N/m. Napíšeme zákon zachovania energie pre guľôčku vtedy, keď sa po páde zastaví. Získa potenciálnu energiu danú dĺžkou vlákna 75 cm a natiahnutím vlákna x, ktorá sa celá schová do energie vlákna: $mg(l + x) = kx^2/2$, po dosadení $0{,}75 + x = 5x^2$. Riešením tejto kvadratickej rovnice je $x = 50$ cm, alebo $x = -30$ cm. Druhé riešenie nie je fyzikálne správne.

Ak by sme kvadratickú rovnicu nechceli (alebo nevedeli) riešiť, stačí do nej dosadiť hodnoty uvedené v zadaní. Možnosti A až D nám dávajú natiahnutie vlákna (po odpočítaní jeho pôvodnej dĺžky) 0 cm, 10 cm, 25 cm a 50 cm. Po dosadení zistíme, že rovnica je splnená pre poslednú možnosť D, natiahnutie o 50 cm, čo po pripočítaní pôvodnej dĺžky 75 cm dáva 1,25 metra.

Správna odpoveď: D.

F1-57

Je známe, že pri danej teplote nemôže množstvo vodnej pary obsiahnutej vo vzduchu presiahnuť istú maximálnu hodnotu. Keď vzduch obsahuje maximálne množstvo vodnej pary, hustota nasýtených pár je daná nasledujúcou tabuľkou:

Teplota (°C)	0	4	8	12	16	20	24	28
Hustota nasýtenej vodnej pary ($\mathrm{g \cdot m^{-3}}$)	3,66	6,33	8,21	10,57	13,50	17,12	21,54	26,93

Relatívna vlhkosť je definovaná vzťahom

$$\frac{\text{aktuálna hustota pary}}{\text{hustota nasýtenej pary}} \times 100\ \%$$

Predpokladajme, že začiatočná teplota vo vnútri auta je 20 °C a relatívna vlhkosť je 80 %., Pri akej teplote sa začne tvoriť rosa, ak teplota vo vnútri auta klesá?

A) 12 °C
B) 16 °C
C) 18 °C
D) 22 °C

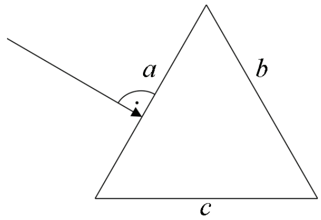
Riešenie

Celkové množstvo vodnej pary 1 metri kubickom vzduchu v aute pri 20 °C a 80 % vlhkosti je $17{,}12 \cdot 0{,}8$ = 13,7 gramu. Pri 16 °C je maximálne množstvo vodnej pary na kubický meter vzduchu 13,5 gramu, približne pri tejto teplote sa preto začne tvoriť rosa.

Správna odpoveď: B.

F1-58

Ako ukazuje nasledujúci obrázok, svetelný lúč dopadá zo vzduchu kolmo na stranu *a* rovnostranného hranola s indexom lomu 1,5. Ktorou stenou lúč vyjde a aký je uhol θ medzi vstupujúcim a vystupujúcim lúčom?



A) výstupnou stenou *b*, $\theta = 60°$
B) výstupnou stenou *b*, $\theta = 30°$
C) výstupnou stenou *c*, $\theta = 60°$
D) výstupnou stenou *c*, $\theta = 30°$

Riešenie

Lúč po dopade bude prechádzať rovno (keďže dopadol kolmo) a narazí na hranu *c* pod uhlom 60° od kolmice. Podľa Snellovho zákonu lomu bude súčin sínusu uhla dopadu a indexu lomu $n_1 \sin \alpha = 1{,}5 \sin 60° = 1{,}5 \cdot 0{,}866 = 1{,}30 > 1$, lúč sa teda úplne odrazí. Na stenu *b* dopadne znova kolmo a bez zmeny smeru vyjde von. Uhol medzi vstupujúcim a vystupujúcim lúčom bude rovnaký, ako uhol medzi stenami hranola, teda 60°.

Správna odpoveď: A.

F1-59

Ponorka vyslala do vody pred seba dva zvukové impulzy a potom zachytila odrazené zvuky od objektu, ktorý sa pohyboval pred ňou. Ak je doba medzi dvoma vyslanými impulzmi 10 s a doba medzi vyslaním a prijatím impulzu je 2,0 s pre prvý impulz a 2,1 s pre druhý impulz, aká je priemerná rýchlosť, ktorou sa objekt vzďaľuje od ponorky? (Rýchlosť zvuku vo vode je 1 520 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$).

A) 3,8 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
B) 7,6 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
C) 15 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
D) 23 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Riešenie

V druhom prípade potreboval zvuk o 0,1 sekundy viac času, aby prebehol od ponorky k objektu a späť. Na jeden smer preto potreboval o 0,05 sekundy viac času. Objekt bol v tom čase od ponorky preto vzdialený o 1 520 $\mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 0{,}05$ s = 76 metrov viac ako pri prvom meraní. Keďže medzi meraniami uplynulo 10 sekúnd, priemerná rýchlosť je 7,6 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. V skutočnosti je o málinko menšia, lebo druhé meranie prebehlo ešte o spomínaných 0,05 sekundy neskôr, takže čas medzi meraniami je málinko vyšší ako 10 sekúnd.

Správna odpoveď: B.

Fyzika

Teoretické úlohy

F2-1

Pri príprave miešaného nápoja sme použili 150 g džúsu a 50 g rumu, obe pri izbovej teplote 23 °C. Na schladenie sme použili 30 g ľadu s teplotou −18 °C. Po príprave sme zvyšok džúsu, aby sa nepokazil, uložili do chladničky s teplotou 7 °C. Koľko musíme pri opätovnej príprave miešaného nápoja použiť ľadu, aby jeho výsledná teplota bola rovnaká ako v prvom prípade? Hmotnostná tepelná kapacita vody a aj ostatných nápojov je 4,18 J/(g·°C) a ľadu 2,11 J/(g·°C). Hmotnostné skupenské teplo topenia ľadu je 334 J/g.

Riešenie

V zadaní je uvedené, že hmotnostné tepelné kapacity džúsu a rumu sú rovnaké ako hmotnostná tepelná kapacita vody. Pri džúse je to veľmi rozumný predpoklad, lebo sa skladá z veľkej časti z vody, pri rume je to trochu odvážnejšie, lebo skoro polovica rumu je tvorená etanolom, ktorý má oproti vode len približne polovičnú hmotnostnú tepelnú kapacitu.

Napíšme kalorimetrickú rovnicu pre prvú prípravu nápoja, aby sme zistili jeho výslednú teplotu. Budeme to potrebovať, lebo výsledná teplota má byť rovnaká aj po opätovnej príprave. Predpokladáme, že pri prvej príprave sa celý ľad roztopil

$$(150+50)4{,}18(23-t) = 30\cdot 2{,}11\cdot 18 + 30\cdot 334 + 30\cdot 4{,}18t$$

Ľavá strana rovnice obsahuje teplo, ktoré odovzdá džús a rum pri zmene teploty z izbovej na neznámu t. Pravá strana obsahuje teplo, ktoré prijme ľad, kým sa zohreje na teplotu 0 °C, kým sa roztopí a kým sa zohreje na neznámu teplotu t.

Riešením rovnice dostávame t = 8,4 °C. Ak takýto nápoj vložíme do chladničky, ochladí sa na 7 °C. Po jeho vytiahnutí ho nemusíme znova chladiť, stačí, ak chvíľku počkáme, kým sa trochu zohreje. Úloha bola chyták, a testovala, či a ako dokážete zareagovať na príklad, ktorý nemá úplne korektne položenú otázku.

F2-2

Na dne jazera sa v hĺbke 30 m uvoľnila bublinka plynu s priemerom 1 mm. Aký priemer bude mať bublinka pri hladine? Teplota vody pri dne jazera je 6 °C a pri hladine 18 °C, hustota vody je 1 g/cm^3. Plyn uzavretý v bublinke považujte za ideálny a nerozpúšťajúci sa vo vode. Atmosférický tlak je 10^5 Pa.

Riešenie

Tlak na dne jazera je daný súčtom atmosférického tlaku a hydrostatického tlaku

$$p_{\text{dno}} = p_{\text{atm}} + h\rho g = 100\,000\ \text{Pa} + 30\cdot 1\,000\cdot 10\ \text{Pa} = 400\,000\ \text{Pa}$$

Pre bublinku na dne platí stavová rovnica $pV = nRT$. Objem bublinky je

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3 = 5\cdot 10^{-10}\,\text{m}^3$$

a teplota

$$T = (273+t)\ \text{K} = (273+6)\ \text{K} = 279\ \text{K}$$

Dosadením do stavovej rovnice dostávame pre súčin nR hodnotu $7{,}17\cdot 10^{-7}\ \text{Pa}\cdot\text{m}^3\cdot\text{K}^{-1}$.

Rovnaká stavová rovnica pre bublinku platí aj na povrchu, akurát tlak tam bude len atmosférický a teplota $T = 273 + t = 273 + 18 = 291$ K. Súčin počtu mólov plynu a konštanty R sa nezmení, ak predpokladáme, že bublinka si nevymieňa atómy plynu s vodou. Vypočítame teda zo stavovej rovnice neznámy objem bublinky pri povrchu a dostávame $2{,}1\cdot 10^{-9}$ m^3. Z neho už ľahko vypočítame priemer bublinky, ktorý bude približne 1,6 mm.

F2-3

Policajt sedel vo svojom aute v pokoji, keď ho minul zlodej na svojom aute konštantnou rýchlosťou 120 km/h (v čase t = 0 s a mieste s = 0 m), pričom zanedbáme dĺžku áut.

Policajt sa snažil chytiť zlodeja, ale trvalo mu 3 sekundy, kým naštartoval auto. Potom sa policajné auto po dobu 20 sekúnd pohybovalo s konštantným zrýchlením, až dosiahlo rýchlosť 200 km/h. Potom už policajné auto prenasledovalo zlodeja touto rýchlosťou.

Zlodej uvidel policajta 5 sekúnd po pohnutí policajného auta a pokúsil sa mu ujsť zvýšením rýchlosti svojho auta. Konštantným zrýchlením dosiahol za 10 sekúnd svoju maximálnu rýchlosť 150 km/hod. Potom sa pohyboval touto maximálnou rýchlosťou.

1. Vypočítajte (v základných jednotkách SI) rýchlosti aj zrýchlenia oboch áut (policajného aj zlodejovho) v závislosti od času.
2. Nakreslite grafy závislosti rýchlostí aj zrýchlení oboch áut od času.
3. Vypočítajte polohu oboch áut v závislosti od času.
4. Výsledky úlohy 3 (závislosti dráhy oboch áut od času) nakreslite do grafu.
5. Kedy a v akej vzdialenosti policajné auto predbehne zlodejovo auto?

Riešenie

Poďme si celú situáciu zosumarizovať.

Zlodej ide konštantnou rýchlosťou, teda s nulovým zrýchlením. Tri sekundy potom, ako prešiel okolo policajného auta, sa policajné auto pohne a o ďalších 5 sekúnd si ho všimne zlodej. V čase t = 8 s začne zlodej zrýchľovať. Zrýchli z rýchlosti 120 km/h = 33,33 m/s na rýchlosť 150 km/h = 41,67 m/s, teda o 30 km/h, čo sa mu podarí za 10 sekúnd. Jeho zrýchlenie v časoch od t = 8 s do t =18 s teda bude

$$\frac{41{,}67-33{,}33}{10}\frac{\text{m/s}}{\text{s}}=0{,}833\ \text{m/s}^2$$

Od času t = 18 s zlodej znova pôjde konštantnou rýchlosťou 150 km/h, až kým ho policajt nechytí.

Policajt stojí. V čase t = 3 s začne zrýchľovať. V čase t = 23 s dosiahne rýchlosť 200 km/h = 55,56 m/s. Túto rýchlosť dosiahol za 20 s, zrýchlenie teda bolo 2,78 m/s^2. Potom policajt pokračoval v jazde konštantnou rýchlosťou. Policajt má teda zjavne omnoho lepšie auto.

Na základe tejto analýzy môžeme vypočítať aj polohu áut. Pre zlodeja bude platiť pre čas do ôsmych sekúnd

$$s = 33{,}33\ t$$

a na konci ôsmej sekundy prešiel dráhu $s = 33{,}33\cdot 8 = 266{,}67$ m.

Pre čas od ôsmich do osemnástich sekúnd bude platiť

$$s = 266{,}67 + 33{,}33(t-8) + \frac{1}{2}0{,}833(t-8)^2$$

a na konci osemnástej sekundy prešiel dráhu 641,4 m.

Pre čas väčší ako 18 s bude platiť

$$s = 641{,}4 + 41{,}67(t-18)$$

Rovnako môžeme vypočítať polohy policajta. Prvé tri sekundy bude stáť, teda

$$s = 0$$

Od 3. do 23. sekundy bude rovnomerne zrýchľovať, pričom pre jeho dráhu bude platiť

$$s = \frac{1}{2}2{,}78(t-3)^2$$

a na konci 23. sekundy prešiel vzdialenosť 556 m.

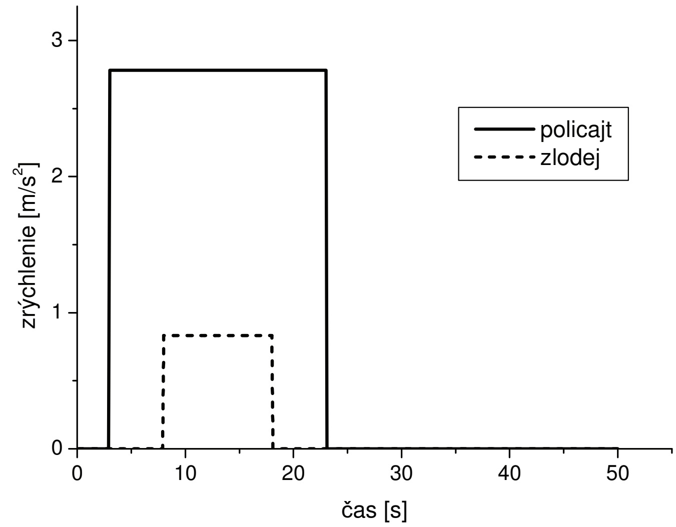
Od 23. sekundy už pôjde konštantnou rýchlosťou a pre jeho dráhu bude platiť

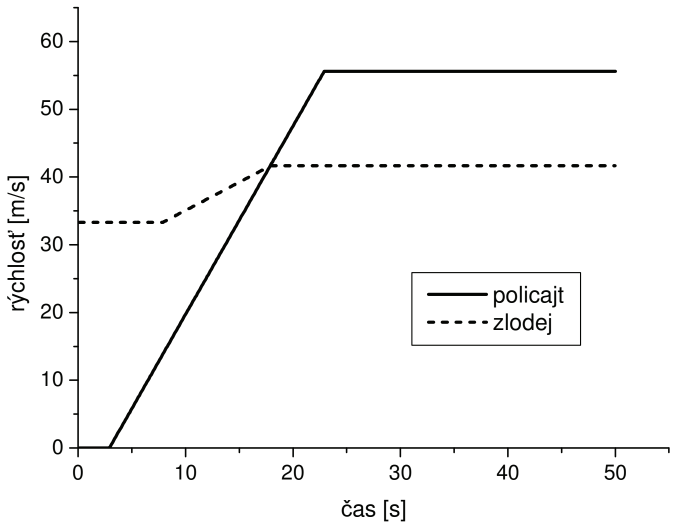
$$s = 556 + 55{,}56(t-23)$$

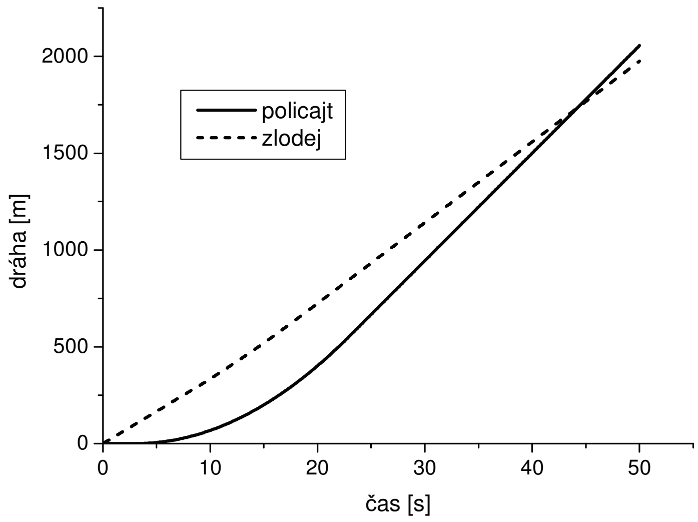
Zostáva nám už iba zistiť, kedy policajt chytí zlodeja. Na to dáme do rovnosti dráhy pre časy väčšie ako 23 sekúnd pre policajta a zlodeja

$$641{,}4 + 41{,}67(t-18) = 556 + 55{,}56(t-23)$$

a zistíme, že policajt chytil zlodeja približne 44 sekúnd po štarte, pričom prešiel dráhu približne 1 700 metrov.







F2-4

Parašutista z bezpečnostných dôvodov nosí okrem plnohodnotného padáka aj náhradný, ktorý sa použije v prípade zlyhania plnohodnotného padáka. Náhradný padák dokáže parašutistu spomaľovať so zrýchlením 10 m/s^2, až kým jeho rýchlosť nedosiahne bezpečnú hranicu, ktorá je 4 m/s. Parašutista potrebuje 5 sekúnd na to, aby zistil, že plnohodnotný padák nefunguje, a ďalšie 3 sekundy na to, aby sa mu rozprestrel náhradný padák. Aká je minimálna výška, z ktorej musí skákať, aby mu náhradný padák pomohol? Pri páde parašutistu bez padáku zanedbajte odpor vzduchu.

Riešenie

Najskôr si rozdeľme pád parašutistu na tri fázy. V prvej fáze bude padať voľným pádom a zrýchľovať. V druhej fáze bude mať rozprestretý náhradný padák a bude spomaľovať, kým nedosiahne bezpečnú rýchlosť. V tretej fáze poletí bezpečnou rýchlosťou ďalej.

Prvé dve fázy sú pre pád parašutistu kritické a je dôležité, aby sa odohrali pred jeho dopadom na zem, inak to s ním neskončí dobre. Minimálna výška zoskoku je preto daná súčtom vzdialeností, ktoré preletí počas týchto dvoch fáz.

Pozrime sa najskôr detailnejšie na prvú fázu. Jednoduchou úvahou zistíme, že bude trvať 8 sekúnd. Z toho 5 sekúnd sa bude snažiť parašutista otvoriť plnohodnotný padák a ďalšie tri sekundy bude otvárať náhradný padák. Počas týchto ôsmich sekúnd nadobudne parašutista rýchlosť

$$v_1 = gt_1$$

kde t_1 je čas trvania prvej fázy, čiže osem sekúnd. Za tento čas preletí parašutista vzdialenosť

$$s_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

Počas druhej fázy bude parašutista spomaľovať z rýchlosti v_1 na rýchlosť v_2, ktorá je 4 m/s. Toto spomaľovanie mu bude trvať

$$t_2 = \frac{v_1 - v_2}{a}$$

kde a je spomaľovanie parašutistu s náhradným padákom. Počas tohto času prejde dráhu

$$s_2 = v_1 t_2 - \frac{1}{2}at_2^2$$

Znamienko mínus v poslednej rovnici vzniklo preto, lebo parašutista spomaľuje. Ak by sme v tejto rovnici ponechali kladné znamienko, museli by sme pri vkladaní číselných hodnôt dosadiť záporné zrýchlenie a.

Výsledná hľadaná dráha je jednoduchým súčtom dráh preletených v prvej a druhej fáze. Po dosadení všetkých vzorcov dostávame

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 \\ &= \frac{1}{2}gt_1^2 + v_1 t_2 - \frac{1}{2}at_2^2 \\ &= \frac{1}{2}gt_1^2 + gt_1\frac{gt_1 - v_2}{a} - \frac{1}{2}a\left(\frac{gt_1 - v_2}{a}\right)^2 \end{aligned}$$

Teraz stačí už len dosadiť číselné hodnoty t_1 = 8 s, $g = a$ = 10 m/s^2, v_2 = 4 m/s a dostaneme hľadaný výsledok

$$s = 320 + 608 - 289 = 639 \text{ m}$$

F2-5

Okolo neznámej hviezdy obiehajú po kruhových dráhach tri planéty. Kontrola na mieste preukázala, že na dvoch planétach z troch trvá jedno ročné obdobie (jar/leto/jeseň/zima) práve toľko, ako trvá celý rok na inej planéte. Žiadne dve planéty neobiehajú rovnako ďaleko od hviezdy. Koľkokrát je najvzdialenejšia planéta od hviezdy ďalej ako najbližšia planéta?

Riešenie

Označme periódy obehu planét okolo hviezdy T_1, T_2 a T_3, pričom nižšie číslo označuje planétu bližšie k hviezde, ktorá má logicky kratšiu dobu obehu. Ak žiadne dve planéty neobiehajú rovnako ďaleko od hviezdy, musí platiť

$$T_1 < T_2 < T_3$$

Podmienke úlohy týkajúcej sa trvania obehu jednotlivých planét a ich vzájomných pomerov vyhovuje jediná kombinácia

$$T_2 = 4T_1$$
$$T_3 = 4T_2$$

a z nej vyplývajúca rovnica

$$T_3 = 16T_1$$

Použitím Keplerovho zákona

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

a dosadením vyššie uvedených hodnôt dostávame

$$\left(\frac{a_3}{a_1}\right)^3 = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^2$$
$$\left(\frac{a_3}{a_1}\right)^3 = 16^2$$
$$a_3 = 6{,}35a_1$$

Najvzdialenejšia planéta teda obieha 6,35 krát ďalej od hviezdy ako najbližšia planéta.

F2-6

Na sledovanie poveternostných podmienok vo vysokých vrstvách atmosféry sa okrem satelitných snímok a obrázkov z radarov používajú meteorologické balóny. Sú to malé balóny naplnené héliom, ktoré sa vypustia zo zeme a stúpajú do výšok až niekoľkých desiatok kilometrov nad povrchom zeme. Na zem posielajú informácie o svojej presnej polohe, teplote, tlaku, vlhkosti, rýchlosti a smere vetra vo svojom okolí, čím pomáhajú predpovedať počasie na dlhšiu dobu dopredu.

Predpokladajte, že meteorologický balón vrátane meracích prístrojov má hmotnosť 1 kg. Požadujeme, aby dokázal vzlietnuť do výšky minimálne 20 km nad hladinu mora, t. j. na spodnú hladinu stratosféry. Predpokladajte, že v tejto výške je teplota −56 °C a s výškou zostáva prakticky konštantná. Tlak je približne 5 500 Pa a tiež sa mení s výškou len minimálne. Tlak hélia v balóne je vždy rovnaký ako tlak okolia, pri stúpaní prebytočné hélium z balóna uniká a rozplýva sa v atmosfére.

1. Aký je minimálny objem balónu, ktorý dosiahne danú výšku a udrží sa v nej?

Predpokladajte, že vzduch v danej výške je tvorený zo 78 % dusíkom a 21 % kyslíkom, zanedbateľný zvyšok tvorí hlavne vodná para. Mólová hmotnosť dusíka je približne 14 g/mol, mólová hmotnosť kyslíka približne 16 g/mol. Mólová hmotnosť hélia 4 g/mol. Plynová konštanta R = 8,3 J/(K·mol). Pre zvýšenie rýchlosti výstupu balóna sme zvolili jeho objem za dvojnásobok minimálneho objemu vypočítaného v predchádzajúcom bode, pričom zostala zachovaná jeho hmotnosť 1 kg.

2. Aké bude zrýchlenie, ktorým začne stúpať od hladiny mora?

Predpokladajte na hladine mora rovnaké zloženie vzduchu ako vo troposfére, teplotu 25 °C a tlak 100 kPa. Tiažové zrýchlenie je g = 9,8 m/s^2.

V horných vrstvách atmosféry často fúkajú silné vetry, ktoré pôsobia na balón. Odporová sila vetra je daná rovnicou

$$F_{\text{vzduch}} = \frac{1}{2} CS\rho v^2$$

kde ρ je hustota prúdiaceho vzduchu, v je rýchlosť vetra, S je prierez telesa kolmý na smer fúkania vetra a C je konštanta závislá od tvaru telesa, pre guľu je približne 0,47. Predpokladajme, že balón má tvar perfektnej gule s objemom vypočítaným v predchádzajúcej časti úlohy.

3. Aká je rýchlosť stúpania, ktorú dosiahne balón v spodných častiach atmosféry, kde sú rýchlosti vetra ešte zanedbateľne malé?

4. Aká by bola rýchlosť stúpania balóna vo výške 20 km, ak by tam nefúkal vietor?

5. Aká bude rýchlosť stúpania balóna v tejto výške, ak tam bude fúkať vietor? Rýchlosť vetra je v = 400 km·h^{-1} a vietor fúka vodorovne.

6. Aký bude uhol stúpania balóna voči vodorovnej osi?

Riešenie

Aby sa balón udržal v troposfére, Archimedova sila, ktorá ho nadľahčuje, musí byť aspoň taká veľká ako tiaž balóna a hélia v ňom. Ak má balón objem V, celková hmotnosť balóna a hélia v ňom bude $m_b = m_0 + \rho_h V$, čo musí byť rovné hmotnosti vytlačeného vzduchu $m_v = \rho_v V$. Dostávame

$$V = \frac{m_0}{\rho_v - \rho_h}$$

Na zistenie hustôt použijeme stanovú rovnicu s vyjadrenou hustotou

$$\rho = \frac{pM_m}{RT}$$

dosadíme za tlak, teplotu, konštantu R a mólové hmotnosti do upravenej rovnice

$$V = \frac{RTm_0}{p(M_{\text{vzduch}} - M_{\text{He}})}$$

Za vzduch dosadíme priemernú mólovú hmotnosť molekúl dusíka a kyslíka M_{vzduch} = 0,78·2·14 + 0,21·2·16 = = 28,5 g/mol a za hélium M_{He} = 4 g/mol. Dostávame V = 13,33 m^3.

V ďalšom počítaní budeme predpokladať, že balón má objem 26,67 m^3. Hmotnosť takéhoto balóna naplneného héliom pri hladine mora bude

$$m_b = m_0 + \frac{pM_{\text{He}}}{RT}V$$

po dosadení m_b = 5,31 kg. Hmotnosť vytlačeného vzduchu bude

$$m_v = \frac{pM_{\text{vzduch}}}{RT}V$$

po dosadení m_v = 30,8 kg. Výsledná sila pôsobiaca na balón bude daná rozdielom hmotností vynásobenom gravitačným zrýchlením

$$F = (m_v - m_b)g$$

teda približne 250 N. Zrýchlenie balóna podľa Newtonovho zákona $F = ma$ bude dané podielom sily a hmotnosti balóna[1], čo po dosadení vzchádza približne 47 m/s^2.

Maximálnu rýchlosť stúpania dosiahne balón vtedy, keď sa vztlaková sila vyrovná odporovej sile vzduchu. Dosadíme do oboch rovníc za sily

$$(m_v - m_b)g = \frac{1}{2}CS\frac{pM_{\text{vzduch}}}{RT}v^2$$

a vyjadríme si v

$$v = \sqrt{\frac{2RT(m_v - m_b)g}{CSpM_{\text{vzduch}}}}$$

[1] Toto nie je úplne pravda. Pri pohybe balóna cez vzduch sa samozrejme musí pohybovať aj vzduch, smerom dole. Preto bude efektívna hmotnosť balóna vyššia, v skutočnosti blízka súčtu hmotnosti balóna s héliom a vytlačeného vzduchu. Tento efekt sme pri riešení úlohy neuvažovali.

Nepoznáme ešte prierez balóna, vyjadríme si ho však pomocou známych vzorcov pre objem a prierez gule $V = 4\pi r^3/3$ a $S = \pi r^2$, z čoho dostávame

$$S = \pi\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$$

čo je približne 10,8 m^2. Po dosadení dostávame rýchlosť približne 9,23 m/s.

Vo výške 20 km použijeme na výpočet rýchlosti rovnaký vzorec, len dosadíme iné hodnoty pre hmotnosti balónu a vytlačeného vzduchu, tlak a teplotu. hmotnosť balóna vo výške 20 km (aj s héliom) bude

$$m_\mathrm{b} = m_0 + \frac{pM_\mathrm{He}}{RT}V$$

po dosadení 1,33 kg. Hmotnosť vytlačeného vzduchu bude

$$m_\mathrm{v} = \frac{pM_\mathrm{vzduch}}{RT}V$$

po dosadení 2,33 kg. Rýchlosť stúpania teda bude podľa vzorca

$$v = \sqrt{\frac{2RT(m_\mathrm{v} - m_\mathrm{b})g}{CSpM_\mathrm{vzduch}}}$$

po dosadení približne 6,66 m/s.

Ak bude balón pod vplyvom vodorovne fúkajúceho vetra, po krátkom čase sa mu prispôsobí a bude sa vo vodorovnom smere pohybovať spolu s vetrom. V vodorovnom smere teda bude mať rýchlosť práve 400 km/h a vo zvislom smere rýchlosť spočítanú v predchádzajúcom bode. Uhol stúpania voči vodorovnej osi bude daný tangensom pomeru zvislej a vodorovnej rýchlosti, teda

$$\alpha = \mathrm{arctg}\frac{v}{v_\mathrm{vetra}}$$

po dosadení to vychádza okolo 3,43 stupňa. Balón sa teda bude pohybovať prakticky len vodorovne.

F2-7

Varná kanvica uvarí vodu rýchlo a pohodlne, ale niektorí ľudia tvrdia, že jej používanie je drahé a je výhodnejšie variť vodu na plynovom horáku. Predpokladajte, že 1 kWh elektriny stojí 20 centov a 1 kWh tepla z plynu 6 centov. Účinnosť horenia plynu v horáku je 85 % a z tepla, ktoré pri horení vznikne, sa až do vody dostane 35 %.

a) Približne o koľko percent je prevádzka elektrickej kanvice drahšia/lacnejšia v porovnaní s plynovým horákom, ak predpokladáme, že prakticky všetko teplo, vytvorené výhrevným telesom, sa odovzdá vode v kanvici?

b) Za ako dlho ohreje kanvica 1 liter vody z 15 °C na 100 °C, ak sa jej výkon pri 230 V napätí rovná 1,2 kW a straty tepla možno zanedbať? Hmotnostná tepelná kapacita vody je 4,18 kJ/(kg·K).

c) Za ako dlho ohreje kanvica z úlohy b) to isté množstvo vody, ak napätie v sieti je iba 210 V?

Riešenie

Celková účinnosť ohrevu vody na plyne je $\eta = \eta_1\eta_2 = 0{,}85\cdot 0{,}35$, teda okolo 30 %. Efektívna cena 1 kWh z plynu bude

$$c = \frac{c_0}{\eta}$$

teda približne 20,17 centu. Ohrievanie na plyne vychádza o necelé jedno percento drahšie ako ohrievanie v elektrickej kanvici.

Kanvica pri ohreve potrebuje vode dodať teplo $Q = mc\Delta T = 1 \cdot 4{,}18 \cdot (100 - 15)\,\mathrm{kJ}$, teda približne 355 kJ. Za sekundu mu dodá 1,2 kJ, ohrev bude trvať 296 sekúnd.

Ak napätie v sieti klesne, klesne aj výkon kanvice. Je však dôležité si uvedomiť, že kanvica má približne konštantný odpor. Výkon odporu v sieti je daný vzorcom

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Po dosadení za výkon a pôvodné napätie 230 V dostávame pre odpor 44,08 Ω. Po dosadení do rovnakého vzorca s novým napätím dostaneme výkon skoro presne 1 kW. Ohrev vody teda bude trvať približne 355 sekúnd.

F2-8

Na ceste z Bratislavy do Žiliny hlási dopravný servis zdržanie pri Považskej Bystrici približne 15 minút. Akou rýchlosťou musíme ísť po diaľnici, aby sme prišli v pôvodne plánovanom čase (bez započítania meškania), ak sme plánovali ísť podľa predpisov 130 km/hod? Predpokladajte, že cesta má 200 km a zanedbajte úseky, ktoré nejdú po diaľnici.

Riešenie

Pôvodne sme predpokladali, že cesta nám bude trvať

$$t = \frac{s}{v}$$

čiže približne 1,54 hodiny. Ak stratíme 15 minút = 0,25 hodiny pri Považskej Bystrici, na cestu nám zostane približne 1,29 hodiny. Ak za tento čas máme prejsť 200 km, musíme uháňať rýchlosťou

$$v = \frac{s}{t}$$

čiže približne 155 km/h.

F2-9

Veverička dokáže utekať rýchlosťou 5 m/s. Práve teraz ale sedí na haluzi a chrúme oriešky. Pri akej maximálnej výške haluze dokáže veverička chytiť vypadnutý oriešok tak, že zbehne po strome dolu a zachytí ho tesne pred dopadom na zem? Predpokladajte, že veverička dokáže okamžite zrýchliť aj spomaliť, a že semienko padá voľným pádom. Odpor vzduchu zanedbajte.

Riešenie

Oriešok padá dole voľným pádom, pričom platí

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

Veverička uteká konštantnom rýchlosťou v a pre jej dráhu platí $s = vt$. Ak tieto dráhy dáme do rovnosti a dosadíme hodnoty, dostaneme dve riešenia rovnice. Jednou je $t = 0$, teda čas, keď veverička oriešok pustila. Druhým riešením je $t = 1$ s, vtedy dokáže oriešok zasa chytiť. Za 1 sekundu ubehne 5 metrov, preto je maximálna výška haluze, z ktorej dokáže spadnutý oriešok zachytiť, je práve 5 m.

F2-10

Vodotesný fotoaparát má objektív s ohniskovu vzdialenosťou 50 mm vytvorený z vypuklej šošovky, ktorej predná aj zadná plocha majú rovnaký polomer zakrivenia.

a) Aká bude približne ohnisková vzdialenosť objektívu po ponorení do vody vstupnou stranou, ak predpokladáme, že index lomu skla a vody sú rovnaké?

b) Aký tvar by mala mať šošovka objektívu, aby sa po ponorení do vody nezmenila jeho ohnisková vzdialenosť?

Riešenie

Tento problém sa dá riešiť dvoma spôsobmi. Jednoduchšie je to úvahou. Prvá vec, čo si musíme uvedomiť je, že po ponorení šošovky do vody sa jej zakrivenie akoby stratilo, lebo keďže nedochádza k zmene indexu lomu, nedochádza ani k lomu svetla. Šošovka teda bude mať efektívne len jeden, vnútorný zakrivený povrch. Ak má šošovka dva rovnaké polomery zakrivenia, oba zrejme spôsobia rovnaké zlomy lúča. Ak by sme mali len „polovicu“ zakrivenia, šošovka by mala presne polovičný efekt, teda polovičnú mohutnosť. Ak vieme, že platí

$$\varphi = \frac{1}{f}$$

kde φ je optická mohutnosť a f ohnisková vzdialenosť, okamžite dostávame, že nová ohnisková vzdialenosť bude 100 mm.

Ak by sme chceli naozaj počítať, použijeme rovnicu pre výpočet ohniskovej vzdialenosti tenkej šošovky vo vzduchu

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Keďže oba polomery sú rovnaké, pri odstránení jedného z nich z rovnice sa pravá strana zmenší na polovicu, ohnisková vzdialenosť teda narastie na dvojnásobok.

Ako takémuto problému zabrániť? Jednoducho. Stačí, ak nebude mať šošovka vonkajší povrch zakrivený, teda $R_1 \to \infty$ a tiež $R_2 \to R_2/2$. Takto sa zachová pôvodná ohnisková vzdialenosť bez ohľadu na to, v akom prostredí bude šošovka ponorená.

F2-11

Keď sa objekt pohybuje v kvapaline, okrem vztlakovej sily naňho pôsobí aj odporová sila kvapaliny. Túto silu označíme F_d. Pre objekty pohybujúce sa veľmi malými rýchlosťami je F_d úmerná rýchlosti v objektu vzhľadom na kvapalinu a lineárnemu rozmeru objektu R (ak ide o guľu, R je polomer gule). Preto môžeme napísať vzorec $F = CvR$, kde C je konštanta závisiaca od vlastností kvapaliny a od tvaru objektu. Predpokladajte, že pohyb objektov podľa ďalších zadaní je dostatočne pomalý pre použitie tejto rovnice.

1. Aký je rozmer konštanty C? (Vyjadrený v jednotkách SI: kg, s, m)

Riešenie

Sila má rozmer Newton, čo je v jednotkách SI $\mathrm{kg\cdot m/s^2}$. Rozmer telesa bude v metroch, rýchlosť v m/s, na neznámu konštantu teda zostane $\mathrm{kg/(m\cdot s)}$.

2. Častica prachu s polomerom $R = 3\cdot 10^{-6}$ m padá vo vzduchu s teplotou 20 °C. Číselná hodnota konštanty C pre túto časticu prachu vo vzduchu pri teplote 20 °C je $3{,}4\cdot 10^{-4}$ (v jednotkách SI podľa bodu 1). Hustota častice $\rho = 2{,}0\cdot 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Predpokladajte, že častica môže voľne padať dostatočne dlho bez toho, aby narazila na zemský povrch. V takom prípade častica sa čoskoro dosiahne konštantnú rýchlosť, ktorú nazývame *výsledná rýchlosť*. Ak je gravitačné zrýchlenie $9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ a hustota vzduchu je $1{,}2\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, vypočítajte *výslednú rýchlosť* častice.

Riešenie

Na časticu budú pôsobiť tri sily. Gravitačná sila

$$F_\mathrm{g} = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$$

smerom dole, vztlaková sila

$$F_\mathrm{vzt} = \rho_\mathrm{vzduch} V g = \rho_\mathrm{vzduch}\frac{4}{3}\pi R^3 g$$

smerom hore a odporová sila

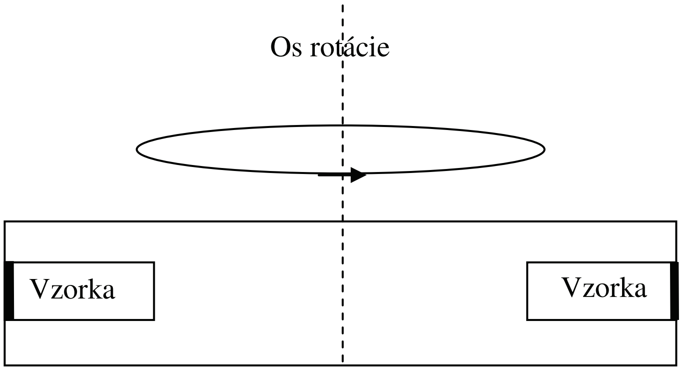
$$F = CvR$$

proti pohybu. Vyjadríme si rýchlosť

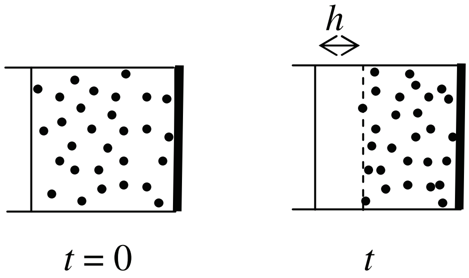
$$v = \frac{4\pi R^3(\rho - \rho_{\mathrm{vzduch}})g}{3CR}$$

a po dosadení dostaneme $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ m/s.

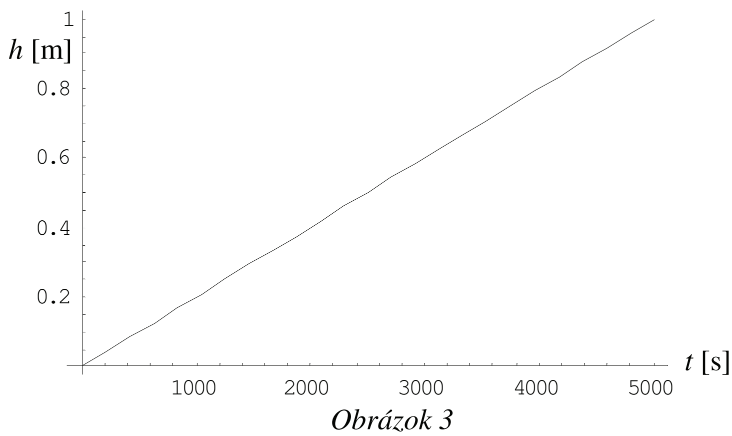
3. Ako je nakreslené na schematickom obrázku 1, odstredivka je zariadenie, v ktorom sa vzorky rýchlo otáčajú, a s jeho pomocou sa dajú vykonať mnohé merania v biologických a medicínskych laboratóriách. Vzorky sa často skladajú z biologických molekúl rozpustených vo vode.



Obrázok 1



Obrázok 2



Obrázok 3

Predpokladajte vzorku obsahujúcu proteíny s hustotou $1{,}3 \cdot 10^3$ kg·m^{-3} vo vode s hustotou $1{,}0 \cdot 10^3$ kg·m^{-3}. Predpokladajte, že odstredivé zrýchlenie proteínov je konštantné a je 10^5 krát väčšie ako g. Obrázok 2 zobrazuje distribúciu proteínov v závislosti od času a obrázok 3 zobrazuje závislosť h (kde h je hranica výskytu proteínov) od času. Vypočítajte *výslednú rýchlosť* hranice výskytu proteínov vo vode.

Riešenie

Z obrázku 3 je zrejmé, že za 5 000 sekúnd sa hranica posunula o 1 m, rýchlosť teda bude $v = s/t = 2\cdot 10^{-4}$ m/s.

4. Ako pokračovanie problému nakreslite obrázok so všetkými vodorovnými silami pôsobiacimi na molekulu proteínu na hranici rozhrania, nájdite hmotnosť proteínovej molekuly a vyjadrite ju v atómových hmotnostných jednotkách u, kde $u = 1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg. Predpokladajte pritom, že každá molekula proteínu je guľa s polomerom R a číselná hodnota C pre tento proteín je $4{,}0\cdot 10^{-5}$ v jednotkách SI. (Pomôcka: odstredivá sila pôsobí na molekuly rovnako ako silná gravitačná sila.)

Riešenie

Rovnako ako pri páde častice prachu, v tomto prípade bude odstredivá sila pôsobiť doprava a vztlaková sila spolu s trecou silou doľava. Použijeme vzorec z časti 2 s upraveným zrýchlením $a = 10^6$ m/s^2

$$v = \frac{4\pi R^3(\rho - \rho_{\text{voda}})g}{3CR}$$

vyjadríme si polomer

$$R = \sqrt{\frac{3vC}{4\pi(\rho - \rho_{\text{voda}})a}}$$

a výslednú hmotnosť

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

Po dosadení dostávame pre polome $R = 2{,}52\cdot 10^{-9}$ m a hmotnosť $m = 8{,}74\cdot 10^{-23}$ kg = 52 700 u.

V rôznych prostrediach získajú proteíny rôzne náboje v závislosti od pH tohto prostredia a vlastností proteínu (pozri obrázok 4). Izoelektrický bod (pI) je hodnota pH prostredia, v ktorom zostáva proteín neutrálny. Majme tri proteíny D, E a F s molekulárnymi hmotnosťami 60 000 u, 88 000 u a 160 000 u. Ich izoelektrické body pI sú 5,2 (D), 6,7 (E) a 9,2 (F). Predpokladajme, že sklon kriviek týchto proteínov (závislosť náboja od pH prostredia podľa obrázku) je rovnaký. Kvapku kvapaliny obsahujúcu proteíny D, E a F, ako aj neutrálnu kvapalinu (označíme ju N) umiestnime do stredu tenkej trubice naplnenej kvapalinou s pH = 8,3. Na protiľahlé konce trubice aplikujeme napätie podľa obrázku. Po aplikovaní napätia sa ióny v kvapke a aj neutrálna kvapalina v kvapke a v trubici začnú pohybovať konštantnými rýchlosťami (neutrálna kvapalina sa hýbe z dôvodu jej interakcie s pohybujúcimi sa iónmi). Po uplynutí času t_0 sa kvapka rozdelí na štyri časti označené v obrázku 5 ako 1, 2, 3 a 4. Vzdialenosti, ktoré častice prešli, označíme d_i pre i = 1, 2, 3 a 4. Zanedbajte efekty spôsobené difúziou a okrajmi trubice. Zanedbajte tiež silové pôsobenie medzi proteínmi a neutrálnymi časticami navzájom. Ak predpokladáme, že proteíny aj neutrálne častice majú rovnakú hodnotu C a že sú to gule rovnakej hustoty, zodpovedajte nasledujúce otázky:

5. Označme náboje proteínov D, E a F postupne Q_D, Q_E a Q_F. Zoraďte tieto náboje proteínov a nulový náboj neutrálnej kvapaliny N podľa ich veľkosti.

Riešenie

Ak proteíny aj neutrálnu kvapalinu ponoríme do nádoby s kvapalinou s pH = 8,3, proteíny D a E získajú záporný náboj (ich izoelektrický bod je pri nižšom pH, ako má okolie, a pri zvyšovaní pH prostredia náboj podľa dodaného grafu klesá). Naopak, proteín F získa kladný náboj, neutrálna kvapalina zostane z definície neutrálna. Platí teda $Q_\text{D} < Q_\text{E} < 0 < Q_\text{F}$.

6. Priraďte častice D, E, F a N pásom 1 až 4 podľa obrázku 5.

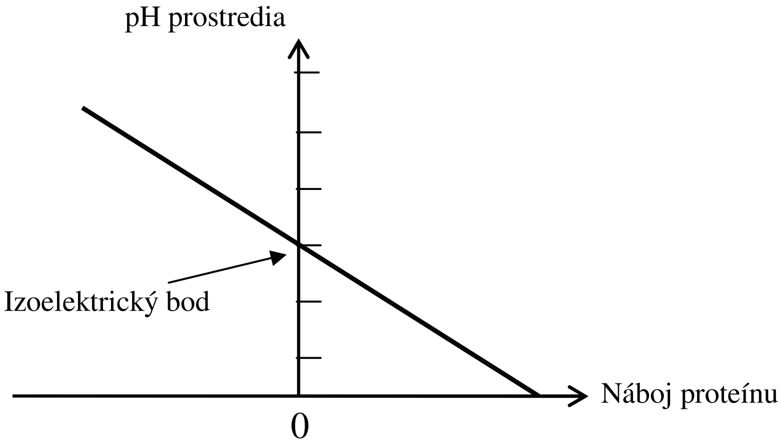
Riešenie

Čím je náboj zápornejší, tým viac je priťahovaný ku kladnej elektróde a opačne. Najbližšie ku kladnej elektróde je proteín 4, zodpovedá teda najzápornejšiemu náboju Q_D. Postupne nasledujú Q_E a 3, neutrálny náboj a 2 a napokon Q_F a 1.

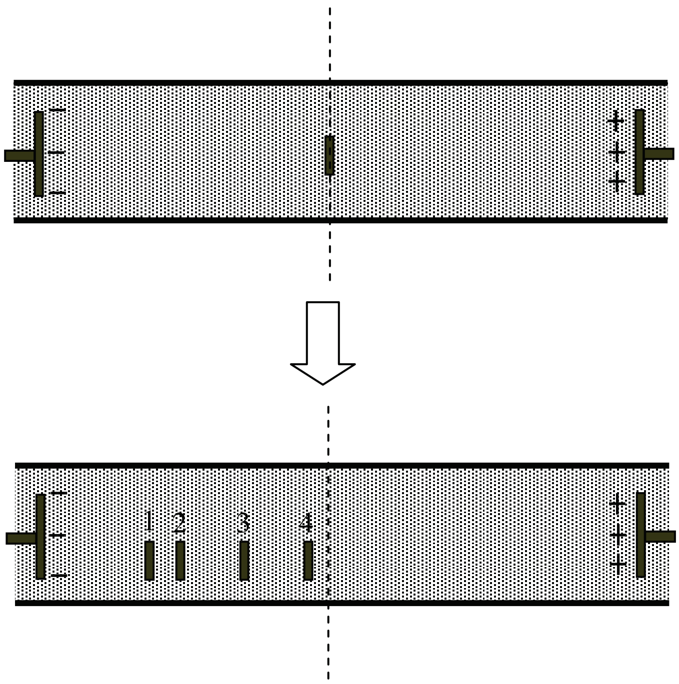
7. Vyjadrite priemernú rýchlosť pohybu kvapaliny v trubici pomocou t_0 a d_i.

Riešenie

Rýchlosť pohybu kvapaliny v trubici je rovnaká ako rýchlosť pohybu neutrálnej kvapaliny, v ktorej boli rozpustené proteíny. Táto kvapalina sa za čas t_0 posunula na vzdialenosť d_3, priemerná rýchlosť jej pohybu teda bola $v = d_3/t_0$.



Obrázok 4



Obrázok 5