OLYMPIÁDA MLADÝCH VEDCOV

Letná príprava účastníkov

Riešenia povinných úloh - Fyzika

Termín odovzdania: 03.09.2023

Povolené pomôcky:

Riešenia úloh (pokojne aj čiastočné) s postupom odovzdávaj na e-mailovú adresu ***zuzana.magyarova@ijso.sk****.*

Fyzika - Povinné úlohy

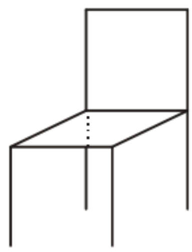
Úloha1: Moment sily

Justína sedí v škole na stoličke, ktorá je pozváraná z jedenástich rovnakých železných trubiek dĺžky $L = 30$ cm, pozri obr. 1. Celková hmotnosť stoličky je $m = 5$ kg (hmotnosť opierky a dosky, na ktorej sa sedí, je zanedbateľná). Justína si všimla, že zatiaľ čo prázdna stolička sa dá dozadu vychýliť o istý uhol α (tak, aby sa po pustení vrátila do pôvodnej polohy), keď sa na nej hojdá ona sama, môže sa vychýliť najviac o $11°$.

a) (6b) Zistite, aká je veľkosť uhla α.

b) (4b) Koľko váži Justína?

Pri výpočte predpokladajte, že pri sedení sa Justínino ťažisko nachádza presne nad ťažiskom stoličky vo vzdialenosti $h = 30$ cm od neho. Pri nakláňaní sa vzájomná poloha Justíny a stoličky vôbec nemení, t.j. "sedí ako pribitá".



Obr. 1: Stolička

Riešenie

a) Prvá vec, ktorú si stačí uvedomiť je to, že úloha sa dá kvôli symetrii stoličky zjednodušiť na 2D problém a na stoličku budeme pozerať zboku t.j. ako na písmeno „h“. Uhol α, o ktorý sa môže stolička nakloniť je daný polohou ťažiska stoličky. Pri maximálnom vychýlení sa bude ťažisko nachádzať nad bodom otáčania. (1 bod) To znamená, že uhol α je určený iba pomerom súradníc ťažiska $[x_T, y_T]$ ako $\tan\alpha = \frac{x_T}{y_T}$. (Počiatok súradnicovej sústavy sme umiestnili do bodu otáčania.) (1 bod).

Súradnice ťažiska určíme pomocou momentovej vety. (1.5 boda za každú súradnicu) Pre x-ovú súradnicu platí:

$$x_T = \frac{\frac{6}{11} \cdot m \cdot 0L + \frac{2}{11} \cdot m \cdot \frac{L}{2} + \frac{3}{11} \cdot m \cdot L}{m} = \frac{4}{11} L \doteq 10.91 \text{ cm}.$$

$$y_T = \frac{\frac{4}{11} \cdot m \cdot \frac{L}{2} + \frac{4}{11} \cdot m \cdot L + \frac{2}{11} \cdot m \cdot \frac{3L}{2} + \frac{1}{11} \cdot m \cdot 2L}{m} = L = 30 \text{ cm}.$$

Uhol α je preto $\alpha = \arctan \frac{x_T}{y_T} = \arctan \frac{4}{11} \doteq 19.98°$. (1 bod)

b) Keď si sadne Justína na stoličku, vieme, že x-ová súradnica spoločného ťažiska sa nezmení. (1 bod). To znamená, že y-ová súradnica nového ťažiska je daná vzťahom $y_{TJ} = \frac{x_T}{\tan 11°} \doteq 56.12$ cm. (1 bod)

Y-ová súradnica nového ťažiska y_{TJ} je iba váženým priemerom polohy ťažiska stoličky y_T a Justíny y_J čiže platí

$$y_{TJ} = \frac{m \cdot y_T + M \cdot (y_T + h)}{m + M} \quad \rightarrow \quad M = m\frac{y_{TJ} - y_T}{y_T + h - y_{TJ}} \doteq 33.66 \text{ kg.}$$

(1 bod za rovnicu + 1 bod za numerický výsledok.)

Úloha 2: Šikmý vrh z pohľadu energií

V tejto úlohe sa budeme venovať mechanickej energii. Odporúčame prečítať si študijný text, ktorý uľahčí riešenie úlohy. Text nájdete na tomto odkaze: `https://ufo.fks.sk/studijne_materialy/_plugin/attachments/download/173/`

Jožko je starý nezbedník. Nedávno našiel ideálny konár tvaru „Y“, z ktorého si zostrojil jednoduchý prak. Chcel ho otestovať, a tak začal hľadať vhodný cieľ. Vytipoval si vrabca, ktorý letel okolo neho konštantnou rýchlosťou vo vodorovnom smere. Jožko naň vystrelil kameň hmotnosti $m = 20$ g rýchlosťou $v = 40$ m/s. Počas letu nahor kameň vrabca veľmi tesne minul (t. j. ich trajektórie sa prakticky pretli), avšak zasiahol ho cestou nadol. Kameň dosiahol počas svojho letu maximálnu výšku $H = 20$ m? Gravitačné zrýchlenie pri povrchu zeme má ako vždy hodnotu $g = 9.81$ m/s^2. Odpor vzduchu neuvažujte.

a) (2b) Ako sa mení vodorovná zložka rýchlosti kameňa? Prečo?

b) (4b) Aká je minimálna kinetická energia kameňa? V ktorom bode letu kameňa bude práve taká?

c) (4b) Ako rýchlo letel vrabec?

Riešenie

a) Na kameň pôsobí počas letu iba gravitačná sila, ktorá má zvislý smer, a teda mení zvislú zložku rýchlosti. (1 bod) Vo vodorovnom smere nepôsobí žiadna sila a teda vodorovná zložka rýchlosti sa počas letu nemení. (1 bod)

b) Kinetická energia kameňa bude najmenšia vtedy, keď bude aj rýchlosť najmenšia, pretože hmotnosť kameňa sa nemení. (1 bod) Z predchádzajúcej podúlohy vieme, že vodorovná zložka rýchlosti sa nemení takže rýchlosť bude najmenšia, keď bude zvislá zložka rýchlosti nulová, čo nastane v najvyššom bode letu. (1 bod) Keďže sa mechanická energia v gravitačnom poli zachováva, tak kinetická energia na začiatku $\frac{1}{2}mv^2$ musí byť rovnaká ako súčet potenciálnej energie v najvyššom bode mgH a kinetickej energie $E_{k,min}$. (1 bod) Pre minimálnu kinetickú energiu teda platí $E_{k,min} = \frac{1}{2}mv^2 - mgH \doteq 12.1$ J. (1 bod)

c) Keďže vrabec preťal trajektóriu kameňa ako pri ceste nahor tak aj nadol, znamená to, že rýchlosť vrabca je rovnaká ako vodorovná zložka kameňa. (2 body). Jej hodnotu vypočítame z minimálnej kinetickej energie ako

$$v_x = \sqrt{\frac{2E_{k,min}}{m}} = \sqrt{v^2 - 2Hg} \doteq 34.75 \text{ m/s}.$$

(2 body)

Úloha 3: Vztlaková sila

Táto úloha je venovaná vztlakovej sile. Prečítajte si preto tento študijný text: `https://ufo.fks.sk/studijne_materialy/_plugin/attachments/download/181/`

Kaja si v horúci letný deň zaliala ľadový čaj hustoty ρ_c a vhodila doň kocku ľadu s hranou dĺžky a a hustoty ρ_l. Pred tým, než si ho naplno vychutnala, položila ho na váhu a zmerala jeho hmotnosť.

a) (7b) Nepáčilo sa jej však, že kocka ľadu plávala na hladine, a tak ju zatlačila nadol tak, aby bola celá pod hladinou. Na jej veľké prekvapenie váha začala ukazovať iné číslo. O koľko sa zmenila hmotnosť zobrazená na váhe?

b) (3b) Keby Kaja nechala Kocku ľadu roztopiť, o koľko by stúpla/klesla hladina čaju v pohári oproti prípadu v podúlohe a) ? Uvažujte, že pohár má tvar valca s polomerom R a hladina čaju bola v pohári vo výške h tesne pred tým než doň Kaja vhodila kocku ľadu.

Riešenie

a) Váha neukazuje nič iné ako normálovú silu, ktorou pôsobí na vec položenú na nej, predelenú tiažovým zrýchlením. (1 bod) To znamená, že je potrebné zistiť ako sa zmení táto sila, keď Kaja zatlačí na kocku ľadu.

   Ak Kaja zatlačí na kocku silou F, tak to spôsobí ponorenie väčšej časti kocky, a teda aj navýšenie vodnej hladiny o stĺpec, ktorý spôsobí navýšenie hydrostatickej tlakovej sily, ktorá pôsobí na dno pohára a teda aj váhu, o F. Inak povedané, na váhe sa navýši ukazovaná hmotnosť presne o $\frac{F}{g}$. (1.5 boda)

   Keď Kaja tlačí na kocku ľadu pôsobia na ňu tri sily: tiažová sila veľkosti $mg = a^3\rho_l g$ a sila F smerom nadol, a vztlaková sila $V\rho_c g$, ktorá pôsobí smerom nahor. (3 body) Tieto sily sú v rovnováhe, takže pre silu F platí

$$F = V\rho_c g - a^3\rho_l g.$$

   Keď je kocka úplne ponorená, platí $V = a^3$ (0.5 boda), takže váha bude ukazovať hmotnosť vyššiu o $\Delta m = \frac{F}{g} = a^3(\rho_c - \rho_l)$. (1 bod)

b) V prvom prípade bol objem nápoja v pohári súčtom objemu čaju $V_c = \pi R^2 h$ a objemu ľadovej kocky a^3. (1 bod) V prípade, že Kaja nechá kocku ľadu roztopiť, tak sa zmení hustota „kocky“ a objem, ale nie hmotnosť. Zo zachovania hmotnosti vyplýva, že nový objem roztopenej „kocky“ bude $a^3\frac{\rho_l}{\rho_c}$ a objem pôvodného čaju sa samozrejme nezmení. (1 bod)

Výska hladiny sa preto oproti prvému prípadu zmení o $\Delta h = \frac{a^3\frac{\rho_l}{\rho_c} - a^3}{\pi R^2}$. Keďže $\rho_l < \rho_c$ tak hladina bude nižšie. (1 bod)