

OLYMPIÁDA MLADÝCH VEDCOV

**olympiáda
mladých
vedcov** | www.ijso.sk

Letná príprava účastníkov

Riešenia povinných úloh - Fyzika

Termín odovzdania: 30.07.2023

Povolené pomôcky:

*Riešenia úloh (pokoľne aj čiastočné) s postupom odovzdávajú na e-mailovú adresu
zuzana.magyarova@ijso.sk.*

Fyzika - Povinné úlohy

Úloha 1: Rovnomerný priamočiary pohyb

Dvaja futbalisti, Ferko a Jožko, stoja od seba vo vzdialenosti $D = 100$ m. V istej chvíli sa oproti sebe naraz rozbahnú rýchlosťami $v_F = 3$ m/s a $v_J = 4$ m/s. A to nie je všetko! Medzi sebou si stále kopú futbalovú loptu. Predpokladajte, že akonáhle lopta narazí na nohu hráča, tak ju hneď nahrá naspäť. Lopta má stabilnú rýchlosť vzhľadom na zem, približne $v_L = 5$ m/s.

- (3b) Na začiatku má loptu Ferko. Po akom čase t_1 príde lopta Jožkovi?
- (2b) Akú dráhu l_1 prejde lopta počas tohto prvého nahratia?
- (5b) Akú dráhu s prejde lopta, kým sa futbalisti stretnú?

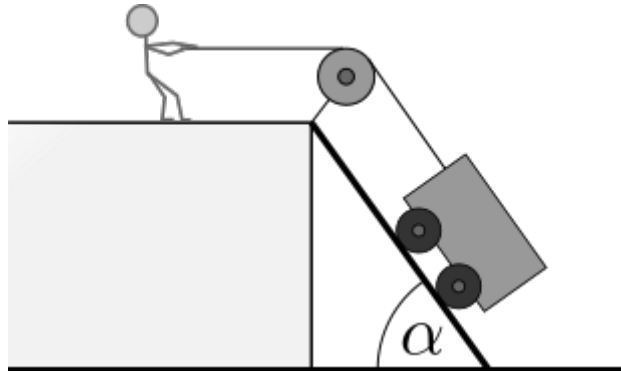
Riešenie

- Medzi Ferkom a Jožkom je na začiatku vzdialenosť D , a keďže má loptu Ferko, je rovnaká vzdialenosť aj medzi loptou a Jožkom. Akonáhle sa začnú Jožko aj lopta pohybovať, efektívne sa budú k sebe približovať rýchlosťou $v_J + v_L$. (1b) A to znamená, že sa stretnú za čas $t_1 = \frac{D}{v_J + v_L} \doteq 11.1$ s. (1b vzorec + 1b číselný výsledok)
- Prvá nahrávka trvá čas t_1 , a teda dráha, ktorú prejde lopta za tento čas je $l_1 = v_L t_1 = D \frac{v_L}{v_J + v_L} \doteq 55.6$ m. (1b vzorec + 1b číselný výsledok)
- V tejto úlohe nebudeme počítať koľko trvala každá z prihrávok a akú čiastočnú vzdialenosť lopta počas nich prešla. Stačí nám spočítať čas, za ktorý sa futbalisti stretnú. To je $t = \frac{D}{v_F + v_J} \doteq 14.3$ s. (3b) A keďže sa lopta pohybuje konštantnou rýchlosťou, dráha, ktorú prejde lopta, je $s = v_L t = D \frac{v_L}{v_M + v_J} \doteq 71.4$ m. (1b vzorec + 1b číselný výsledok)

Úloha 2: Rozklad síl

Táto úloha je venovaná jednak rozkladu síl do zložiek, ale aj tretej sile. Či už ste sa s týmito pojmi stretli alebo nie, prečítajte si tento text: https://ufo.fks.sk/studijne_materialy/_plugin/attachments/download/177/

Keď bol raz baník Samo v bani, skúsil si ťažkú prácu baníkov. Do ruky dostal lano a za úlohu vytiahnuť banský vozík hore rampou. Aby sa lano neroztrhlo, na vrchole rampy prechádzalo kladkou.



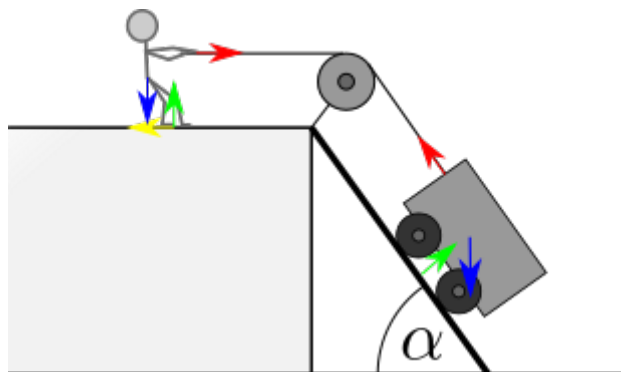
Obr. 1: Samo ťahá vozík po rampe

- (3.5b) Zakreslite do obrázku všetky pôsobiace sily na vozík aj Sama. Uvažujte, že medzi Samovými topánkami a podlahou je trenie.
- (4b) Akou vodorovnou silou F musí Samo ťahať lano, aby sa vozík začal pohybovať hore rampou?
- (2.5b) Aký koeficient šmykového trenia f musí byť medzi Samovými topánkami a podlahou v bani, aby sa Samo pri jeho urputnej práci nešmykol?

Kolieska vozíka sú dobre naolejované a otáčajú sa teda bez trenia. Úlohu sa pokúste vyriešiť najprv pre všeobecné hodnoty. Neskôr uvažujte, že vozík váži 100 kg, Samko 70 kg a uhol, ktorý zvierá rampa s vodorovným smerom, je $\alpha = 20^\circ$. Hodnota gravitačného zrýchlenia je 9.81 m/s^2 .

Riešenie

- Na obr. 2 sú zakreslené všetky sily pôsobiace na Sama a vozík. Ťažová sila (modrá) pôsobí smerom nadol vždy v ťažisku, normálová sila (zelená), pôsobí v bode dotyku kolmo od podložky (zakreslené sú iba výslednice), trecia sila pôsobí proti pohybu Sama (žltá), a ťahová sila od lana (červená). (Za každú silu $0.25b + 0.25$ za správne pôsobisko a smer. Za každú silu navyše - $0.5b$)



Obr. 2: Sily pôsobiace na Sama a vozík

- b) Na to, aby sa vozík začal hýbať nahor musí mať ťahová sila od lana aspoň takú veľkosť, ako sú sily ťahajúce vozík nadol. V tomto prípade to je zložka tiažovej sily o veľkosti $F = Mg \sin(\alpha)$ kde M je hmotnosť vozíka. Keďže lanom sa ťahová sila dokonale prenáša, tak Samo musí ťahať lano presne silou $T = F = Mg \sin(\alpha) \doteq 335.5 \text{ N}$. (2b za rovnováhu síl na vozík, 1b za prenos síl lanom, 1b za číselný výsledok)
- c) Na to, aby sa Samo nepošmykol, musí trecia sila F_T vyrovnávať ťahovú silu lana T . Pre treciu silu platí $F_T \leq fN$, kde N je normálová sila. Inak povedané, trecia sila vždy kompenzuje sily, ktoré by mali uviesť teleso do pohybu, až po kým nedosiahne maximálnu hodnotu fN a teleso sa začne šmykať. Ak chceme nájsť hraničnú hodnotu f bude platiť $F_T = fN = fmg = T$, kde m je hmotnosť Sama. A teda $f = \frac{T}{mg} = \frac{M}{m} \sin(\alpha) \doteq 0.49$. (1b za $F_T = fN$, 1b za $f = \frac{T}{mg}$, 0.5b za číselný výsledok.)

Úloha 3: Coulombova sila, dostredivá sila

V mnohých teoretických úlohách sa vyšetruje pohyb Mesiaca okolo Zeme. Predstavme si, že by sa jadrá a elektróny v atómoch správali úplne rovnako ako Zem a jej družice, ale pokope by ich držala Coulombova sila, oproti ktorej je gravitačná sila zanedbateľná.

Atóm vodíka sa skladá z jedného protónu a jedného elektrónu. Protón je rádovo ťažší ako elektrón, takže jeho pohyb môžete zanedbať.

- a) (4b) Porovnajzte Coulombovu a gravitačnú silu medzi protónom a elektrónom. Ukážte, že gravitačná sila je naozaj zanedbateľná ako tvrdíme v texte vyššie.
- b) (4b) Akou rýchlosťou obieha elektrón okolo protónu v takomto modeli?
- c) (2b) Aká je perióda obehu elektrónu?

Elektrický náboj protónu je $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, a jeho hmotnosť je $m_p = 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Elektrón má náboj $-e$ a hmotnosť iba $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Bežne udávaná hodnota polomeru atómu vodíka (tzv. Bohrov polomer) je $r_0 = 5.292 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Elektrická permitivita vákuua má hodnotu $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Riešenie

- a) Coulombova sila medzi protónom a elektrónom vo vákuu má veľkosť $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$, kde r je vzdialenosť medzi protónom a elektrónom. Gravitačná sila má obdobný tvar $F_G = G \frac{m_p m_e}{r^2}$, kde G je gravitačná konštanta. V našom „planetárnom“ modeli platí $r = r_0$, no možno porovnať veľkosti týchto síl pre ľubovoľnú vzdialenosť

$$\frac{F_G}{F_C} = \frac{G \frac{m_p m_e}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2}} = 4\pi G \varepsilon_0 \frac{m_p m_e}{e^2} \doteq 4.4 \cdot 10^{-40} \ll 1.$$

Z číselného výsledku je zjavné, že gravitačnú silu môžeme pri „obehu“ elektrónu okolo protónu zanedbať. (1b + 1b za vzorce Coulombovej a gravitačnej sily, 1b za porovnanie, 1b za číselný výsledok)

- b) V "planetárnom" modeli protónu a elektrónu je Coulombova sila dostredivou. Za predpokladu, že elektrón obieha okolo protónu po kružnici s polomerom r_0 rýchlosťou v , potom platí

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_0^2} = m_e \frac{v^2}{r_0} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e r_0}} \doteq 2.19 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

(2b za porovnanie Coulombovej a dostredivej sily, 1b za vyjadrenie v , 1b za číselný výsledok)

- c) Počas jednej periódy prejde elektrón dráhu $2\pi r_0$. To znamená, že jedna perióda obehu trvá $t = \frac{2\pi r_0}{v} \doteq 1.52 \cdot 10^{-16}$ s. (1b za všeobecné vyjadrenie periódy obehu, 1b za číselný výsledok)